

**PISMENI ISPIT IZ ELEMENTARNE MATEMATIKE I**

1. Neka su  $A, B, C$  proizvoljni podskupovi univerzalnog skupa  $\mathcal{U}$ . Dokažite

a)  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ ,

b)  $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$ .

2. Funkcija  $f : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$  zadana je s  $f(x) = \frac{x}{x+1}$ .

a) Odredite sliku  $f(\{3, 4\})$  i prasluku  $f^{-1}(\{5, 6\})$ .

b) Metodom matematičke indukcije pokažite da je  $f_n(x) = \frac{x}{1+nx}$ , uz oznaku

$$f_n(x) = \underbrace{(f \circ f \circ \dots \circ f)}_n(x), n \in \mathbb{N}.$$

3. Na skupu  $S = \mathbb{N}^2$  zadana je relacija

$$\rho = \left\{ \left( (x_1, y_1), (x_2, y_2) \right) \in S^2 : x_1 + y_2 = x_2 + y_1 \right\}.$$

Dokažite da je  $\rho$  relacija ekvivalencije na skupu  $S$ , a zatim odredite i skicirajte klasu elementa  $(3, 2)$ .

4. Polinom  $f(x) = x^3 + ax^2 - 4x + b$  pri dijeljenju s  $(x + 2)$  daje ostatak 5, a pri dijeljenju s  $(x - 3)$  daje ostatak  $-1$ . Odredite  $a$  i  $b$ , a zatim odredite i ostatak pri dijeljenju polinom  $f$  s polinomom  $g$ , ako je  $g(x) = (x + 2)(x - 3)$ .

5. Nađite sva rješenja jednadžbe

$$8x^5 - 6x^4 - 83x^3 - 83x^2 - 6x + 8 = 0.$$