

**PISMENI ISPIT IZ ELEMENTARNE MATEMATIKE I**

1. Odrediti sve kompleksne brojeve  $z$  za koje vrijedi

$$\operatorname{Im}(z^2) = \sqrt{3} \operatorname{Re}(z^2), \operatorname{Im}(z^5) = -\frac{1}{2}.$$

2. Neka su  $R \subseteq A \times B$  i  $Q \subseteq B \times C$  proizvoljne relacije. Kompoziciju relacija  $R$  i  $Q$ , u oznaci  $Q \circ R$ , definiramo s

$$Q \circ R = \{(x, z) : \text{postoji } y \in B \text{ takav da } (x, y) \in R \text{ i } (y, z) \in Q\}.$$

Neka je  $A \neq \emptyset$ , te  $R_1, R_2$  relacije ekvivalencije na skupu  $A$ . Dokažite da vrijedi

(a)  $R_1 \cup R_2$  je relacija ekvivalencije ako i samo ako  $R_1 \cup R_2 = R_2 \circ R_1$ ,

(b)  $R_2 \circ R_1$  je relacija ekvivalencije ako i samo ako  $R_1 \circ R_2 = R_2 \circ R_1$ .

3. Neka su  $f: D_f \rightarrow K_f$  i  $g: D_g \rightarrow K_g$  realne funkcije realne varijable zadane s  $f(x) = |\log_5(x+1)|$  i  $g(x) = 5^{x-1}$ : Odredite njihove domene i slike. Odredite kompozicije  $g \circ f$  i  $f \circ g$  ( ako postoje), te skicirajte grafove svih funkcija.

4. Odredite sve polinome stupnja većeg od 1 za koje vrijedi

$$\left(\frac{1}{2}p'(x^2) + 1\right)^2 = 2p(x) + p(x^2) + 1.$$

5. Jedno rješenje jednadžbe

$$x^5 - 6x^4 + 13x^3 - 14x^2 + 12x - 8 = 0$$

je  $x_1 = -i$ . Odredite ostala rješenja jednadžbe.