

PISMENI ISPIT IZ ELEMENTARNE MATEMATIKE I

1. Neka su A , B i C proizvoljni skupovi. Riješite sustav skupovnih jednadžbi

$$A \cap X = B \setminus X \quad \text{i} \quad C \cup X = X \setminus A,$$

te odredite nužne i dovoljne uvjete za egzistenciju i jedinstvenost rješenja.

2. Dokazati da za svaki $n \in \mathbb{N}$ vrijedi

$$1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n}} \geq \sqrt{n}.$$

3. Neka je $f: A \rightarrow B$ proizvoljna funkcija. Dokažite da je skup $\{(x, y): f(x) = f(y)\}$ relacija ekvivalencije.

4. Odredite sve polinome p s realnim koeficijentima koji zadovoljavaju

$$p(1) + p(x) + p(x^2) = (1 + x + x^2)p(x), \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

5. Odredite kompleksne korijene s cjelobrojnim realnim i imaginarnim dijelom algebarske jednadžbe

$$x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x + 2 = 0.$$