

PISMENI ISPIT IZ ELEMENTARNE MATEMATIKE I

1. Dokazati da za svaki $n \in \mathbb{N}$ vrijedi

$$\sum_{i=1}^n \sin(2i-1)x = \frac{\sin^2 nx}{\sin x}.$$

2. Neka je

$$\rho = \{(T_1, T_2) : T_i = (x_i, y_i), i = 1, 2, x_1 - x_2 = y_1 - y_2\}$$

relacija na skupu \mathbb{R}^2 . Provjerite je li ρ relacija ekvivalencije. Ako je, odredite klasu elementa $(2, -3)$.

3. Odredite skup K takav da funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow K$ zadana formulom

$$f(x) = \frac{5^x - 5^{-x}}{5^x + 5^{-x}}$$

bude bijekcija. Dokažite svoju tvrdnju.

4. Racionalnu funkciju

$$\frac{x-1}{(x-2)^2(x+1)(x-3)}$$

zapišite kao zbroj parcijalnih razlomaka.

5. Odredite polinom $f(x)$ trećeg stupnja koji ima svojstvo da je $f(x) + 1$ djeljiv s $(x-1)^2$, a $f(x) - 1$ djeljiv s $(x+1)^2$.