

PISMENI ISPIT IZ ELEMENTARNE MATEMATIKE I

1. Neka su A, B, C i D proizvoljni skupovi. Ispitajte odnos skupova

$$S = (C \setminus (A \cup B)) \cap (D \cap (A \cup B)^c)$$

i

$$T = ((A \cup B \cup C^c \cup D^c) \cap (A \cup B \cup C \cup D))^c.$$

Sve svoje tvrdnje dokažite.

2. Dokažite da je $(3 + \sqrt{5})^n + (3 - \sqrt{5})^n$ paran broj za svaki prirodan broj n .
3. Neka su $R \subseteq A \times B$ i $Q \subseteq B \times C$ proizvoljne relacije. Kompoziciju relacija R i Q , u oznaci $Q \circ R$, definiramo s

$$Q \circ R = \{(x, z) : \text{postoji } y \in B \text{ takav da } (x, y) \in R \text{ i } (y, z) \in Q\}.$$

Neka je $A \neq \emptyset$, te R_1, R_2 relacije ekvivalencije na skupu A . Dokažite da vrijedi $R_1 \cup R_2$ je relacija ekvivalencije ako i samo ako je $R_1 \cup R_2 = R_2 \circ R_1$.

4. Dokažite da je polinom $P(x) = x^{332} + x^{331} + 1$ djeljiv s polinomom $x^2 + x + 1$.
5. U jednadžbi $x^3 + ax^2 + 26x + b = 0$ odredite a i b uz uvjet da rješenja te jednadžbe budu tri uzastopna cijela broja.