

**PRVI KOLOKVIJ IZ ELEMENTARNE MATEMATIKE I**

1. [25 bodova] Neka je  $\mathcal{U} = \mathbb{R}$  i

$$A = \left\{x \in \mathbb{Z} : \frac{x+2}{x-5} \leq 0\right\}, \quad B = \{x \in \mathbb{R} : |3x-4| \leq 5\},$$
$$C = \{x \in \mathbb{N} : -2x^2 + 7x - 3 \geq 0\}$$

- (i) Odredite elemente skupova  $S_1 = A \cap B \cap C$ ,  $S_2 = A \cup B \cup C$ ,  $S_3 = A \Delta C$ ,  $\mathcal{P}(C)$ .  
(ii) Skicirajte skupove  $A \times B$  i  $B \times C$ .

2. [20 bodova] Dokažite da za svaki  $n \in \mathbb{N}$  vrijedi

$$\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \dots + \sin nx = \frac{\sin \frac{(n+1)x}{2} \cdot \sin \frac{nx}{2}}{\sin \frac{x}{2}}.$$

3. [15 bodova] Neka je  $n$  prirodni broj djeljiv s 3. Koristeći trigonometrijski zapis kompleksnog broja odredite čemu je jednak izraz

$$\left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^n + \left(\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}\right)^n.$$

4. [15 bodova] Odredite skupove  $D$  i  $K$  tako da funkcija  $f : D \rightarrow K$  definirana formulom

$$f(x) = \frac{2^{2x} + 1}{2^{2x} - 1}$$
 bude bijekcija, a zatim odredite inverznu funkciju.

5. [10 bodova] Rastavite na parcijalne razlomke  $\frac{x-5}{x^3-8}$ .

6. [15 bodova] Skicirajte grafove sljedećih funkcija:

a)  $f(x) = 4^{|3-x|}$

b)  $g(x) = 3 \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 3$

**Napomena.** Sve svoje tvrdnje obrazložite.

PRVI KOLOKVIJ IZ ELEMENTARNE MATEMATIKE I

1. [25 bodova] Neka je  $\mathcal{U} = \mathbb{R}$  i

$$A = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{x-3}{x+4} \leq 0\right\}, \quad B = \{x \in \mathbb{Z} : |2x-3| \leq 5\},$$
$$C = \{x \in \mathbb{Z} : -2x^2 + 5x + 3 \geq 0\}$$

- (i) Odredite elemente skupova  $S_1 = A \cap B \cap C$ ,  $S_2 = A \cup B \cup C$ ,  $S_3 = B \Delta C$ ,  $\mathcal{P}(C)$ .  
(ii) Skicirajte skupove  $A \times B$  i  $B \times C$ .

2. [20 bodova] Dokažite da za svaki  $n \in \mathbb{N}$  vrijedi

$$\cos x + \cos 2x + \cos 3x + \cdots + \cos nx = \frac{\cos \frac{(n+1)x}{2} \cdot \sin \frac{nx}{2}}{\sin \frac{x}{2}}.$$

3. [15 bodova] Neka je  $n$  prirodni broj djeljiv s 6. Koristeći trigonometrijski zapis kompleksnog broja odredite čemu je jednak izraz

$$\left(\frac{-\sqrt{3}+i}{2}\right)^n + \left(\frac{-\sqrt{3}-i}{2}\right)^n.$$

4. [15 bodova] Odredite skupove  $D$  i  $K$  tako da funkcija  $f : D \rightarrow K$  definirana formulom

$$f(x) = \frac{3^{3x} + 1}{3^{3x} - 1}$$
 bude bijekcija, a zatim odredite inverznu funkciju.

5. [10 bodova] Rastavite na parcijalne razlomke  $\frac{x-3}{x^3-x}$ .

6. [15 bodova] Skicirajte grafove sljedećih funkcija:

a)  $f(x) = 3^{|2-x|}$

b)  $g(x) = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 2$

**Napomena.** Sve svoje tvrdnje obrazložite.