ODJEL ZA MATEMATIKU
SVEUČILIŠTE J. J. STROSSMAYERA U OSIJEKU *16. studenog 2009.*

PRVI KOLOKVIJ IZ ELEMENTARNE MATEMATIKE I

1. **[20 bodova]** Neka su P, Q sudovi i $R \equiv (P \wedge \rceil Q) \vee (Q \wedge \rceil P)$, $T \equiv$ "$\rceil P$ je nužan uvjet za Q.". Provjerite je li sud $R \Longleftrightarrow T$ tautologija. Kako zovemo sud koji ima istu vrijednost istinitosti kao i sud R?

2. **[20 bodova]** (a) Napišite obrat, kontrapoziciju i inverz složenog suda "Ako su svi elementi nepraznog skupa $S \subseteq \mathbb{N}$ djeljivi s 2 ili 4, onda skup S ne sadrži neparne brojeve.".

   (b) Negirajte sud $(A \Rightarrow B) \wedge A \Rightarrow \rceil B$. Pojednostavite dobiveni sud.

3. **[30 bodova]** Neka je $\mathcal{U} = \mathbb{R}$ i

$$A = \{x \in \mathbb{Z} : -1 < x \wedge x < 4\}, \qquad B^C = \{x \in \mathbb{R} : \frac{x-1}{x+2} > 0\},$$
$$C = \{S \subseteq A : k(S) = 2 \wedge 2 \in S\}, \quad D = \{x \in \mathbb{R} : x - 1 \in A\}.$$

   Odredite elemente skupova $S_1 = A \setminus B$, $S_2 = B \cap D$, $S_3 = \mathcal{P}(S_1 \times S_2) \cap C$.

   (i) Koje su od sljedećih tvrdnji istinite:

$$\text{(a) } S_1 \in C \quad \text{(b) } S_1 \subseteq C \quad \text{(c) } S_2 \in A \quad \text{(d) } S_2 \subseteq A \quad \text{(e) } \emptyset \subseteq C?$$

   (ii) Odredite skupove $X, Y \subseteq D$ za koje vrijedi

$$[4 \in (X \cap Y) \setminus S_1] \;\wedge\; [\{1,3\} \subseteq X \setminus Y] \;\wedge\; [k(X) \cdot k(Y) = 8].$$

4. **[30 bodova]** Neka su $A, B \subseteq \mathcal{U}$ skupovi.

   (a) Dokažite da vrijedi $\mathcal{P}(A \cap B) = \mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B)$.

   (b) Pojednostavite izraz $A \setminus [B \setminus (A^C \cup B)] \times [(A \setminus B) \cup (A \cap B)]$.

Napomena. Sve svoje tvrdnje obrazložite.