

PRVI KOLOKVIJ IZ ELEMENTARNE MATEMATIKE I

1. [20 bodova] Ako su A, B, C proizvoljni sudovi provjerite je li sljedeći složeni sud tautologija

$$[A \Rightarrow]B \vee C] \Rightarrow [(A \Rightarrow B) \Rightarrow (A \Rightarrow C)].$$

2. [20 bodova] (a) Napišite obrat, kontrapoziciju i inverz složenog suda "Ako su dva trokuta sukladna onda imaju jednake površine i opsege."

(b) Napišite formulom rečenicu: Produkt dva broja je djeljiv s m ako i samo ako je barem jedan od njih djeljiv s m .

3. [30 bodova] Neka je $\mathcal{U} = \mathbb{R}$ i

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \frac{x-2}{x+3} \leq 0\}, \quad B = \{x \in \mathbb{Z} : |x-2| \leq 3\},$$

$$C = \{x \in \mathbb{Z} : x^2 = 4 \vee x \in \{1, 3\}\}$$

(i) Odredite elemente skupova $S_1 = A \cap B \cap C$, $S_2 = B \setminus A$, $S_3 = A \Delta B$, te skicirajte skupove $A \times B$ i $C \times A$.

(ii) Koje su od sljedećih tvrdnji istinite:

$$(a) S_1 \in \mathcal{P}(C) \quad (b) S_1 \subseteq \mathcal{P}(C) \quad (c) \emptyset \in \mathcal{P}(S_1) \quad (d) k(\mathcal{P}(S_1)) = 8?$$

4. [30 bodova] Neka su $F, G, H \subseteq \mathcal{U}$ skupovi.

(a) Dokažite da vrijedi $(F \setminus G) \times H = (F \times H) \setminus (G \times H)$.

(b) Pojednostavite izraz $F^C \cup G^C \cup (F \cap G \cap H^C) \cup (F \cap G \cap H)$.

Napomena. Sve svoje tvrdnje obrazložite.

PRVI KOLOKVIJ IZ ELEMENTARNE MATEMATIKE I

1. [20 bodova] Ako su P, Q, R proizvoljni sudovi provjerite je li sljedeći složeni sud tautologija

$$[P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)] \iff [(-P \wedge Q) \Rightarrow R].$$

2. [20 bodova] (a) Napišite obrat, kontrapoziciju i inverz složenog suda "Ako je $n \in \mathbb{N}$ djeljiv s 33, onda je on djeljiv s 3 i 11."

(b) Napišite formulom rečenicu: Produkt dva realna broja x, y je negativan ako i samo ako je točno jedan od njih negativan.

3. [30 bodova] Neka je $\mathcal{U} = \mathbb{R}$ i

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \frac{x+4}{x-5} \leq 0\}, \quad B = \{x \in \mathbb{Z} : |x-3| < 4\},$$

$$C = \{x \in \mathbb{Z} : x^2 = 9 \vee x \in \{1, 2\}\}$$

(i) Odredite elemente skupova $S_1 = A \cap B \cap C$, $S_2 = B \setminus A$, $S_3 = A \Delta B$, te skicirajte skupove $A \times B$ i $C \times A$.

(ii) Koje su od sljedećih tvrdnji istinite:

$$(a) S_1 \in \mathcal{P}(C) \quad (b) S_1 \subseteq \mathcal{P}(C) \quad (c) \emptyset \in \mathcal{P}(S_1) \quad (d) k(\mathcal{P}(S_1)) = 8?$$

4. [30 bodova] Neka su $X, Y, Z \subseteq \mathcal{U}$ skupovi.

(a) Dokažite da vrijedi $X \times (Y \setminus Z) = (X \times Y) \setminus (X \times Z)$.

(b) Pojednostavite izraz $(X^C \cup Y^C \cup Z^C) \cap (X^C \cap Y \cap Z)^C \cap Y \cap Z$.

Napomena. Sve svoje tvrdnje obrazložite.