

**PRVI KOLOKVIJ IZ ELEMENTARNE MATEMATIKE I**

1. [15 bodova] Ako su  $A, B, C$  proizvoljni sudovi provjerite je li sljedeći složeni sud tautologija

$$[(A \Rightarrow B) \wedge (A \Rightarrow C)] \iff [A \Rightarrow (B \wedge C)].$$

2. [25 bodova] (a) Napišite obrat, kontrapoziciju i inverz složenog suda "Ako su  $\alpha, \beta, \gamma$  kutovi trokuta onda je  $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ ."

(b) Izrazite konjunkciju, disjunkciju i ekvivalenciju sudova  $A$  i  $B$  pomoću negacije i implikacije tih dvaju sudova.

3. [40 bodova] Neka je  $\mathcal{U} = \mathbb{R}$  i

$$A = \{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x < 6\}, \quad B = \{x \in \mathbb{Z} : x^2 - x - 12 \leq 0\}, \\ C = \{x \in \mathbb{N} : x^2 = 9 \vee x \in \{1, 4\}\}$$

- (i) Odredite elemente skupova  $S_1 = A \cup B \cup C$ ,  $S_2 = A \cap B \cap C$ ,  $S_3 = B \setminus A$ ,  $S_4 = B \Delta C$ ,  $\mathcal{P}(C)$ .
- (ii) Skicirajte skupove  $A \times C$  i  $B \times C$ .
- (iii) Odredite i provjerite svojstva relacije  $\rho = \{(x, y) \in S_2^2 : x \leq y\}$
4. [20 bodova] Neka su  $A \subseteq X$  i  $B \subseteq Y$  skupovi. Dokažite da vrijedi
- (a)  $A \times B \subseteq X \times Y$ ,
- (b)  $(X \times Y) \setminus (A \times B) = [(X \setminus A) \times Y] \cup [X \times (Y \setminus B)]$ .

**Napomena.** Sve svoje tvrdnje obrazložite.

PRVI KOLOKVIJ IZ ELEMENTARNE MATEMATIKE I

1. [15 bodova] Ako su  $P, Q, R$  proizvoljni sudovi provjerite je li sljedeći složeni sud tautologija

$$[P \Rightarrow (Q \vee R)] \iff [(P \Rightarrow Q) \vee (P \Rightarrow R)].$$

2. [25 bodova] (a) Napišite obrat, kontrapoziciju i inverz složenog suda "Ako je  $n$  pozitivan broj, onda je  $n^2$  pozitivan broj."

(b) Izrazite konjunkciju, disjunkciju i ekskluzivnu disjunkciju sudova  $P$  i  $Q$  pomoću negacije i implikacije tih dvaju sudova.

3. [40 bodova] Neka je  $\mathcal{U} = \mathbb{R}$  i

$$A = \{x \in \mathbb{R} : -3 < x \leq 6\}, \quad B = \{x \in \mathbb{Z} : x^2 - 2x - 8 \leq 0\}, \\ C = \{x \in \mathbb{N} : x^2 = 4 \vee x \in \{1, 4\}\}$$

- (i) Odredite elemente skupova  $S_1 = A \cup B \cup C$ ,  $S_2 = A \cap B \cap C$ ,  $S_3 = A \setminus B$ ,  $S_4 = B \Delta C$ ,  $\mathcal{P}(S_4)$ .
- (ii) Skicirajte skupove  $C \times A$  i  $C \times B$ .
- (iii) Odredite i provjerite svojstva relacije  $\rho = \{(x, y) \in S_2^2 : x \geq y\}$
4. [20 bodova] Neka su  $X_1 \subseteq X$  i  $Y_1 \subseteq Y$  skupovi. Dokažite da vrijedi
- (a)  $X_1 \times Y_1 \subseteq X \times Y$ ,
- (b)  $(X \times Y) \setminus (X_1 \times Y_1) = [(X \setminus X_1) \times Y] \cup [X \times (Y \setminus Y_1)]$ .

**Napomena.** Sve svoje tvrdnje obrazložite.