ODJEL ZA MATEMATIKU
SVEUČILIŠTE J. J. STROSSMAYERA U OSIJEKU *17. prosinca 2010.*

Grupa A

DRUGI KOLOKVIJ IZ ELEMENTARNE MATEMATIKE I

1. **[20 bodova]** Neka je $S = \{n \in \mathbb{N} : n \leq 20\}$ i ρ relacija na $S \times S$ definirana na sljedeći način:
$$(x_1, y_1)\rho(x_2, y_2) \iff x_1 \cdot y_2 = x_2 \cdot y_1.$$
Dokažite da je ρ relacija ekvivalencije, a zatim odredite i slicirajte klasu elementa $(2, 3)$.

2. **[20 bodova]** Neka je $T = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$.
(a) Odredite relaciju ekvivalencije koja inducira sljedeću particiju skupa T
$$T = \{1, 2\} \cup \{3\} \cup \{4, 5, 6, 7\}.$$
(b) Odredite relacije ρ_1, ρ_2, sa svojstvom $\rho_1 \subset \rho$, $\rho_2 \subset \rho$ i ρ_1, ρ_2 su bijekcije sa skupa T u T.

3. **[20 bodova]** Neka je $f : \{1, 2\} \to \{a, b, c\}$ injekcija takva da je $f^{-1}(\{a\}) = \{1\}$, $f^{-1}(\{b\}) = \{2\}$. Odredite sve surjekcije $g_k : \{a, b, c\} \to \{1, 2\}$ takve da je $g_k \circ f = 1_{\{1,2\}}$, gdje je $1_{\{1,2\}}$ identiteta na skupu $\{1, 2\}$.

4. **[20 bodova]** Dokažite da za sve $n \in \mathbb{N}$ vrijedi
$$3 \cdot 4^{n+1} + 10^{n-1} - 4 \equiv 0 \pmod 9.$$

5. **[20 bodova]** Odredite i skicirajte skup svih kompleksnih brojeva za koje vrijedi $|z|^2 - 4|z| + 3 < 0$ i $\dfrac{\pi}{3} \leq \arg z \leq \pi$.

ODJEL ZA MATEMATIKU
SVEUČILIŠTE J. J. STROSSMAYERA U OSIJEKU *17. prosinca 2010.*

Grupa B

DRUGI KOLOKVIJ IZ ELEMENTARNE MATEMATIKE I

1. **[20 bodova]** Neka je $T = \{n \in \mathbb{N} : n \leq 30\}$ i ρ relacija na $T \times T$ definirana na sljedeći način:
$$(x, y)\rho(u, v) \iff x \cdot v = y \cdot u.$$
Dokažite da je ρ relacija ekvivalencije, a zatim odredite i slicirajte klasu elementa $(3, 4)$.

2. **[20 bodova]** Neka je $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
(a) Odredite relaciju ekvivalencije koja inducira sljedeću particiju skupa S
$$S = \{1\} \cup \{2, 3\} \cup \{4, 5, 6\}.$$
(b) Odredite relacije ρ_1, ρ_2, sa svojstvom $\rho_1 \subset \rho$, $\rho_2 \subset \rho$ i ρ_1, ρ_2 su bijekcije sa skupa S u S.

3. **[20 bodova]** Neka je $f : \{a, b, c\} \to \{1, 2\}$ surjekcija takva da je $f^{-1}(\{1\}) = \{a, b\}$. Odredite sve injekcije $g_k : \{1, 2\} \to \{a, b, c\}$ takve da je $f \circ g_k = 1_{\{1,2\}}$, gdje je $1_{\{1,2\}}$ identiteta na skupu $\{1, 2\}$.

4. **[20 bodova]** Dokažite da za sve $n \in \mathbb{N}$ vrijedi
$$3 \cdot 5^{2n+1} + 2^{3n+1} \equiv 0 \pmod{17}.$$

5. **[20 bodova]** Odredite i skicirajte skup svih kompleksnih brojeva za koje vrijedi $|z|^2 - 5|z| + 6 < 0$ i $\dfrac{\pi}{4} < \arg z < \dfrac{3\pi}{4}$.