



1. domaća zadaća

Zadatak 1. Prigušeno njihalo (s trenjem) može se opisati sljedećom diferencijalnom jednačinom

$$ml\ddot{\phi}(t) = -mg \sin \phi(t) - kl\dot{\phi}(t) + \tau,$$

gdje je ϕ kut kojeg njihalo zatvara s bazom, τ zakretni moment koji djeluje na bazu njihala, m masa, l duljina, g gravitacijska konstanta i k koeficijent trenja.

Linearizirajte model oko dvije ravnotežne točke, odnosno kada njihalo visi uspravno prema dolje ($\phi = 0$) i kada $\phi = \pi$. U svakom od ova dva slučaja, prikažite sustav u obliku $\dot{x} = Ax + Bu$. Pretpostavite da je zakretni moment τ kontrola koju šaljete sustavu.

Zadatak 2. Obrazložite istinitost/neistinitost sljedećih tvrdnji:

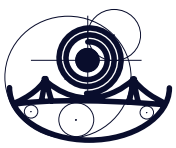
- "Output-feedback" je općenitiji od "state-feedback"-a.
- Stabilnost nije cilj prilikom dizajniranja kontrolera
- Većina sustava su već linearni pa ih nije potrebno linearizirati.
- "Unicycle" model može se linearizirati.
- Stabilnost sustava $\dot{x} = Ax$ određena je svojstvenim vrijednostima matrice A .

Zadatak 3. Neka je dan sljedeći sustav:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ 0 & \alpha \end{bmatrix} x.$$

Koji od sljedećih slučajeva opisuje vrijednosti α i β za koje je sustav asimptotski stabilan? Formalno obrazložite vašu tvrdnju.

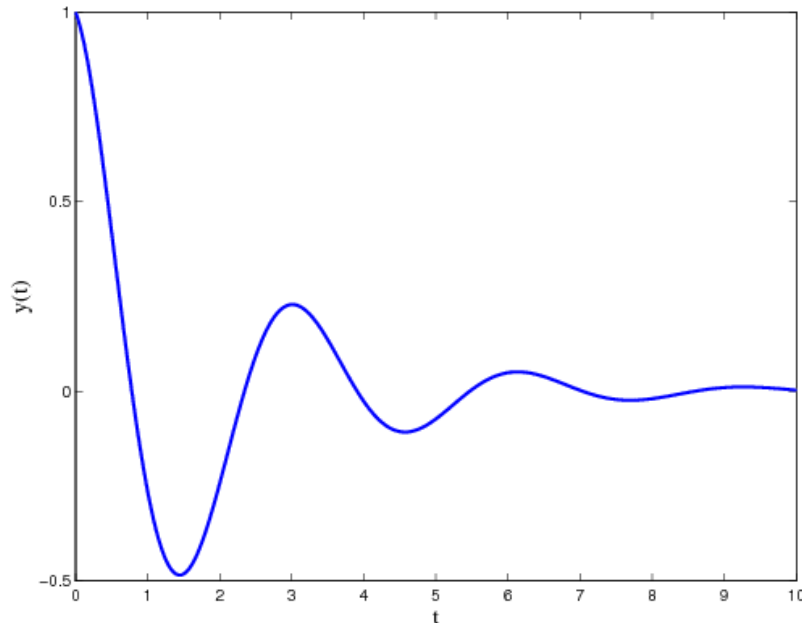
- $\alpha < 0, \beta < 0$
- $\alpha \in \mathbb{R}, \beta < 0$
- nemoguće je odrediti jer nema dovoljno informacija
- $\alpha < 0, \beta > 0$
- $\alpha < 0, \beta \in \mathbb{R}$



Zadatak 4. Neka je dan izlaz $y(t)$ sustava trećeg reda (A je kvadratna matrica trećeg reda)

$$\dot{x} = Ax, \quad y = Cx,$$

kao na Slici 1.1.



Slika 1.1: Ponašanje izlaza $y(t)$ gornjeg sustava

Navedite sve slučajeve, s obzirom na predznak realnog i imaginarnog dijela svojstvenih vrijednosti matrice A , sustav davati izlaz kao na Slici 1.1.

Zadatak 5. Prisjetimo se modela kvadrotora

$$\ddot{h} = cv - g,$$

gdje je h visina kvadrotora i v kontrola. Pokažite da je PID kontroler za kvadrotor ekvivalentan "state-feedback" kontroleru. *Uputa: Poznavajući način na koji smo dizajnirali PID regulator, pokažite da to vodi sustavu zatvorene petlje (eng. closed-loop system).*