

Pismeni ispit iz Diferencijalnog računa, ak.god (2017./2018.)

Zadatak 1. [20 bodova]

Odredite skup K tako da funkcija $f : [\frac{3}{2}, \infty) \rightarrow K$ definirana formulom

$$f\left(\frac{x+1}{4}\right) = \frac{x^2}{16} - \frac{5x}{8} + \frac{21}{16}$$

bude bijekcija, te zatim odredite njenu inverznu funkciju.

Zadatak 2. [20 bodova]

Ispitajte konvergenciju niza (a_n) zadanog s

$$a_n = \underbrace{\sin \sin \sin \dots \sin}_{n\text{-puta}}(1).$$

Ako je konvergentan, odredite mu limes.

Zadatak 3. [20 bodova]

Na krivulji $y + yx^2 = 1$ pronađite točku u kojoj tangenta s osi x tvori, po apsolutnoj vrijednosti, najveći kut.

Zadatak 4. [20 bodova]

Bez primjene L'Hospitalovog pravila odredite limese

a) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f'(i)$, pri čemu je $f(x) = \ln \sqrt[4]{\frac{2x-1}{2x+1}}$.

Zadatak 5. [20 bodova]

Primjenom diferencijalnog računa, u skupu realnih brojeva riješite jednadžbu

$$2^{x+1} + 7^x = 2 \cdot 3^x + 5^x.$$