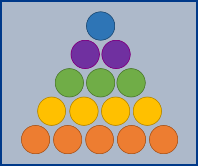

M102 Kombinatorna i diskretna matematika

Vježbe 3

12.03.2019

predavač: Snježana Majstorović

asistent: Snježana Majstorović

Permutacije

Definicija 1

Neka je S skup od $n \geq 1$ elemenata i neka je $r \in \mathbb{N}$. Tada je r-permutacija skupa S uređena r-torka $(x_1, x_2, \ldots, x_r)$ međusobno različitih elemenata od S. Oznaka $P(n, r)$.

Vrijedi:
$P(n, 0) := 1$
$P(n, r) = 0$, ako je $r > n$.
Za $r = n$, n-permutaciju zovemo samo permutacija skupa S.

Permutacije

Definicija 1

Neka je S skup od $n \geq 1$ elemenata i neka je $r \in \mathbb{N}$. Tada je r-permutacija skupa S uređena r-torka $(x_1, x_2, \dots, x_r)$ međusobno različitih elemenata od S. Oznaka $P(n, r)$.

Vrijedi:
$P(n, 0) := 1$
$P(n, r) = 0$, ako je $r > n$.
Za $r = n$, n-permutaciju zovemo samo permutacija skupa S.

Permutacije

Primjer 1

Nađite sve $1, 2$ *i* 3*-permutacije skupa* $S = \{a, b, c\}$*.*

Permutacije

Teorem 2

Za $n, r \in \mathbb{N}, r \leq n$ *vrijedi*

$$P(n,r) = n(n-1)(n-2) \cdot \ldots \cdot (n-r+1) = (n)_r,$$

odnosno

$$P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}.$$

Dogovorno uzimamo da je $0! = 1$.

Specijalno, za $r = n$ vrijedi $P(n,n) = n!$. Oznaka je $P(n)$.

Vrijedi sljedeća rekurzija: $P(n) = n \cdot P(n-1), n \geq 1$.

Permutacije

Teorem 2

Za $n, r \in \mathbb{N}, r \leq n$ *vrijedi*

$$P(n,r) = n(n-1)(n-2)\cdot\ldots\cdot(n-r+1) = (n)_r,$$

odnosno

$$P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}.$$

Dogovorno uzimamo da je $0! = 1$.

Specijalno, za $r = n$ vrijedi $P(n,n) = n!$. Oznaka je $P(n)$.

Vrijedi sljedeća rekurzija: $P(n) = n \cdot P(n-1), n \geq 1$.

Permutacije

Teorem 2

Za $n, r \in \mathbb{N}, r \leq n$ *vrijedi*

$$P(n,r) = n(n-1)(n-2)\cdot\ldots\cdot(n-r+1) = (n)_r,$$

odnosno

$$P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}.$$

Dogovorno uzimamo da je $0! = 1$.

Specijalno, za $r = n$ vrijedi $P(n,n) = n!$. Oznaka je $P(n)$.

Vrijedi sljedeća rekurzija: $P(n) = n \cdot P(n-1), n \geq 1$.

Permutacije

Teorem 2

Za $n, r \in \mathbb{N}, r \leq n$ *vrijedi*

$$P(n,r) = n(n-1)(n-2)\cdot \ldots \cdot (n-r+1) = (n)_r,$$

odnosno

$$P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}.$$

Dogovorno uzimamo da je $0! = 1$.

Specijalno, za $r = n$ vrijedi $P(n,n) = n!$. Oznaka je $P(n)$.

Vrijedi sljedeća rekurzija: $P(n) = n \cdot P(n-1), n \geq 1$.

Permutacije

Primjer 2

Koliko ima troznamenkastih brojeva koji sadrže različite znamenke iz skupa $\{1, 2, 3, 5\}$ *?*

Primjer 3

Koliko se nizova slova duljine 5 *može sastaviti iz hrvatske abecede tako da su na prvom i petom mjestu različiti samoglasnici, a na ostala tri mjesta međusobno različiti suglasnici ?*

Permutacije

Primjer 2

Koliko ima troznamenkastih brojeva koji sadrže različite znamenke iz skupa $\{1, 2, 3, 5\}$ *?*

Primjer 3

Koliko se nizova slova duljine 5 *može sastaviti iz hrvatske abecede tako da su na prvom i petom mjestu različiti samoglasnici, a na ostala tri mjesta međusobno različiti suglasnici ?*

Permutacije

Zadatak 4

Na tulumu je 7 mladića i 3 djevojke. Na koliko načina možemo ljude posložiti u red tako da:

a) *djevojke se nalaze na prva tri mjesta*

b) *tri djevojke su jedna do druge*

c) DZ *mladići se nalaze na prvom i posljednjem mjestu i nema susjednih djevojaka?*

Permutacije

Zadatak 4

Na tulumu je 7 mladića i 3 djevojke. Na koliko načina možemo ljude posložiti u red tako da:

a) *djevojke se nalaze na prva tri mjesta*

b) *tri djevojke su jedna do druge*

c) DZ *mladići se nalaze na prvom i posljednjem mjestu i nema susjednih djevojaka?*

Permutacije

Zadatak 4

Na tulumu je 7 mladića i 3 djevojke. Na koliko načina možemo ljude posložiti u red tako da:

a) *djevojke se nalaze na prva tri mjesta*

b) *tri djevojke su jedna do druge*

c) DZ *mladići se nalaze na prvom i posljednjem mjestu i nema susjednih djevojaka?*

Permutacije

Zadatak 5

Koliko ima peteroznamenkastih brojeva koji imaju iste znamenke kao i broj

a) 35169,

b) 10563 ?

Zadatak 6

Koliko ima parnih brojeva između 20000 *i* 70000 *sa međusobno različitim znamenkama?*

Permutacije

Zadatak 5

Koliko ima peteroznamenkastih brojeva koji imaju iste znamenke kao i broj

a) 35169,

b) 10563 ?

Zadatak 6

Koliko ima parnih brojeva između 20000 *i* 70000 *sa međusobno različitim znamenkama?*

Permutacije

Zadatak 5

Koliko ima peteroznamenkastih brojeva koji imaju iste znamenke kao i broj

a) 35169,

b) 10563 ?

Zadatak 6

Koliko ima parnih brojeva između 20000 *i* 70000 *sa međusobno različitim znamenkama?*

Permutacije

Zadatak 5

Koliko ima peteroznamenkastih brojeva koji imaju iste znamenke kao i broj

a) 35169,

b) 10563 *?*

Zadatak 6

Koliko ima parnih brojeva između 20000 *i* 70000 *sa međusobno različitim znamenkama?*

Permutacije

Zadatak 7

Na nekom sastanku petero ljudi A, B, C, D i E trebaju držati govor. Na koliko načina ih možemo poredati ako:

a) B *mora govoriti nakon* A

b) B *mora govoriti neposredno nakon* A

c) A *ne smije govoriti prvi?*

Permutacije

Zadatak 7

Na nekom sastanku petero ljudi A, B, C, D i E trebaju držati govor. Na koliko načina ih možemo poredati ako:

a) B *mora govoriti nakon* A
b) B *mora govoriti neposredno nakon* A
c) A *ne smije govoriti prvi?*

Permutacije

Zadatak 7

Na nekom sastanku petero ljudi A, B, C, D i E trebaju držati govor. Na koliko načina ih možemo poredati ako:

a) B *mora govoriti nakon* A
b) B *mora govoriti neposredno nakon* A
c) A *ne smije govoriti prvi?*

Cikličke permutacije

Zadatak 8

Na koliko načina možemo rasporediti $n \geq 2$ bračnih parova oko okruglog stola tako da:

a) *nema nikakvih uvjeta*
b) *Ana i Ivan sjede jedan do drugoga*
c) *muškarci i žene alterniraju*
d) *svaka žena sjedi do svog muža*
e) *svi muškarci jedan o drugoga i sve žene jedna do druge?*

Cikličke permutacije

Zadatak 8

Na koliko načina možemo rasporediti $n \geq 2$ bračnih parova oko okruglog stola tako da:

a) *nema nikakvih uvjeta*
b) *Ana i Ivan sjede jedan do drugoga*
c) *muškarci i žene alterniraju*
d) *svaka žena sjedi do svog muža*
e) *svi muškarci jedan o drugoga i sve žene jedna do druge?*

Cikličke permutacije

Zadatak 8

Na koliko načina možemo rasporediti $n \geq 2$ *bračnih parova oko okruglog stola tako da:*

a) *nema nikakvih uvjeta*
b) *Ana i Ivan sjede jedan do drugoga*
c) *muškarci i žene alterniraju*
d) *svaka žena sjedi do svog muža*
e) *svi muškarci jedan o drugoga i sve žene jedna do druge?*

Cikličke permutacije

Zadatak 8

Na koliko načina možemo rasporediti $n \geq 2$ bračnih parova oko okruglog stola tako da:

a) *nema nikakvih uvjeta*
b) *Ana i Ivan sjede jedan do drugoga*
c) *muškarci i žene alterniraju*
d) *svaka žena sjedi do svog muža*
e) *svi muškarci jedan o drugoga i sve žene jedna do druge?*

Cikličke permutacije

Zadatak 8

Na koliko načina možemo rasporediti $n \geq 2$ bračnih parova oko okruglog stola tako da:

a) *nema nikakvih uvjeta*
b) *Ana i Ivan sjede jedan do drugoga*
c) *muškarci i žene alterniraju*
d) *svaka žena sjedi do svog muža*
e) *svi muškarci jedan o drugoga i sve žene jedna do druge?*

Cikličke permutacije

Zadatak 8

Na koliko načina možemo rasporediti $n \geq 2$ bračnih parova oko okruglog stola tako da:

a) *nema nikakvih uvjeta*

b) *Ana i Ivan sjede jedan do drugoga*

c) *muškarci i žene alterniraju*

d) *svaka žena sjedi do svog muža*

e) *svi muškarci jedan o drugoga i sve žene jedna do druge?*