



M102 Kombinatorna i diskretna matematika

Vježbe 4

13.3.2019.



Kombinacije

Definicija 1

Neka je S skup od n elemenata, $r \in \mathbb{N}_0$. Tada je r -kombinacija skupa S r -člani podskup od S .

Teorem 2

Za $n \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{N}_0$, $r \leq n$, broj r -podskupova n -članog skupa jednak je:

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$





Kombinacije

Definicija 1

Neka je S skup od n elemenata, $r \in \mathbb{N}_0$. Tada je r -kombinacija skupa S r -člani podskup od S .

Teorem 2

Za $n \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{N}_0$, $r \leq n$, broj r -podskupova n -članog skupa jednak je:

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$





Kombinacije

Broj svih r -kombinacija skupa od n elemenata označavamo sa $\binom{n}{r}$.

$$\binom{n}{r} = 0 \text{ za } r > n, \binom{0}{r} = 0, \binom{n}{0} = 1, \binom{n}{1} = n, \binom{n}{n} = 1$$





Kombinacije

Broj svih r -kombinacija skupa od n elemenata označavamo sa $\binom{n}{r}$.

$$\binom{n}{r} = 0 \text{ za } r > n, \binom{0}{r} = 0, \binom{n}{0} = 1, \binom{n}{1} = n, \binom{n}{n} = 1$$





Kombinacije

Primjer 3

Nadite sve 1, 2 i 3 kombinacije skupa $S = \{a, b, c, d, e\}$.

Primjer 4

U ravnini je zadano n različitih točaka od kojih nikoje 3 ne leže na istom pravcu. Nadite broj dužina i broj trokuta s vrhovima u tim točkama.





Kombinacije

Primjer 3

Nadite sve 1, 2 i 3 kombinacije skupa $S = \{a, b, c, d, e\}$.

Primjer 4

U ravnini je zadano n različitih točaka od kojih nikoje 3 ne leže na istom pravcu. Nadite broj dužina i broj trokuta s vrhovima u tim točkama.





Kombinacije

Primjer 3

Nađite sve 1, 2 i 3 kombinacije skupa $S = \{a, b, c, d, e\}$.

Primjer 4

U ravnini je zadano n različitih točaka od kojih nikoje 3 ne leže na istom pravcu. Nađite broj dužina i broj trokuta s vrhovima u tim točkama.





Kombinacije

Zadatak 5

Zadan je konveksan 10-erokut takav da se nikoje tri dijagonale ne sijeku u jednoj točki. Koliko je presječnih točaka dijagonala?

Zadatak 6

Iz točke je povučeno n zraka. Koliko je kuteva određeno tim zrakama?





Kombinacije

Zadatak 5

Zadan je konveksan 10-erokut takav da se nikoje tri dijagonale ne sijeku u jednoj točki. Koliko je presječnih točaka dijagonala?

Zadatak 6

Iz točke je povučeno n zraka. Koliko je kuteva određeno tim zrakama?





Kombinacije

Zadatak 7

Imamo 6 bijelih i 4 crne kuglice. Na koliko načina možemo odabrati

- a) *5 kuglica: 3 bijele i 2 crne,*
- b) *proizvoljno kuglica, ali jednako bijelih i crnih,*
- c) *5 kuglica, barem 2 crne,*
- d) *5 kuglica s tim da je jedna od njih, crna, unaprijed odabrana?*





Kombinacije

Zadatak 7

Imamo 6 bijelih i 4 crne kuglice. Na koliko načina možemo odabrati

- a) *5 kuglica: 3 bijele i 2 crne,*
- b) *proizvoljno kuglica, ali jednako bijelih i crnih,*
- c) *5 kuglica, barem 2 crne,*
- d) *5 kuglica s tim da je jedna od njih, crna, unaprijed odabrana?*





Kombinacije

Zadatak 7

Imamo 6 bijelih i 4 crne kuglice. Na koliko načina možemo odabrati

- a) *5 kuglica: 3 bijele i 2 crne,*
- b) *proizvoljno kuglica, ali jednako bijelih i crnih,*
- c) *5 kuglica, barem 2 crne,*
- d) *5 kuglica s tim da je jedna od njih, crna, unaprijed odabrana?*





Kombinacije

Zadatak 7

Imamo 6 bijelih i 4 crne kuglice. Na koliko načina možemo odabrati

- a) *5 kuglica: 3 bijele i 2 crne,*
- b) *proizvoljno kuglica, ali jednako bijelih i crnih,*
- c) *5 kuglica, barem 2 crne,*
- d) *5 kuglica s tim da je jedna od njih, crna, unaprijed odabrana?*





5 Kombinacije

(DZ) Zadatak 8

- Koliko se različitih riječi od 8 slova može načiniti od 30 slova abecede?*
- Kao a), ali tako da svaka riječ mora sadržavati 3 različita samoglasnika i 5 različitih suglasnika?*
- Kao a), ali tako da svaka riječ sadrži barem 3, ali ne više od 5 ne nužno različitih samoglasnika?*





5 Kombinacije

(DZ) Zadatak 8

- Koliko se različitih riječi od 8 slova može načiniti od 30 slova abecede?*
- Kao a), ali tako da svaka riječ mora sadržavati 3 različita samoglasnika i 5 različitih suglasnika?*
- Kao a), ali tako da svaka riječ sadrži barem 3, ali ne više od 5 ne nužno različitih samoglasnika?*





5 Kombinacije

(DZ) Zadatak 8

- Koliko se različitih riječi od 8 slova može načiniti od 30 slova abecede?*
- Kao a), ali tako da svaka riječ mora sadržavati 3 različita samoglasnika i 5 različitih suglasnika?*
- Kao a), ali tako da svaka riječ sadrži barem 3, ali ne više od 5 ne nužno različitih samoglasnika?*





Kombinacije

Zadatak 9

Imamo n predmeta u jednoj i m predmeta u drugoj vreći. Iz prve izvadim r , a iz druge s predmeta. Izvađene predmete nanižemo jedan do drugoga. Koliko je takvih nizova?

Zadatak 10

Na svakom od bridova kvadrata nalazi se n različitih točaka (ne računajući vrhove).

- a) Koliko različitih pravaca određuju te točke?*
- b) Koliko različitih trokuta određuju te točke?*





Kombinacije

Zadatak 9

Imamo n predmeta u jednoj i m predmeta u drugoj vreći. Iz prve izvadim r , a iz druge s predmeta. Izvađene predmete nanižemo jedan do drugoga. Koliko je takvih nizova?

Zadatak 10

Na svakom od bridova kvadrata nalazi se n različitih točaka (ne računajući vrhove).

- Koliko različitih pravaca određuju te točke?*
- Koliko različitih trokuta određuju te točke?*





Kombinacije

Zadatak 9

Imamo n predmeta u jednoj i m predmeta u drugoj vreći. Iz prve izvadim r , a iz druge s predmeta. Izvađene predmete nanižemo jedan do drugoga. Koliko je takvih nizova?

Zadatak 10

Na svakom od bridova kvadrata nalazi se n različitih točaka (ne računajući vrhove).

- Koliko različitih pravaca određuju te točke?*
- Koliko različitih trokuta određuju te točke?*





Kombinacije

(DZ) Zadatak 11

Na pravcu je dano m točaka, a na njemu paralelnom n . Koliko je najviše sjecišta od dviju dužina određenih s tim točkama, ne ubrajajući točke na paralelama?

Zadatak 12

Zadani su skupovi $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ i $B = \{b_1, b_2, \dots, b_m\}$, $A \cap B = \emptyset$. Koliko je permutacija skupa $A \cup B$ kojima su na prvih p mjesta elementi iz A , a na posljednjih q mjesta elementi iz B ?





Kombinacije

(DZ) Zadatak 11

Na pravcu je dano m točaka, a na njemu paralelnom n . Koliko je najviše sjecišta od dviju dužina određenih s tim točkama, ne ubrajajući točke na paralelama?

Zadatak 12

Zadani su skupovi $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ i $B = \{b_1, b_2, \dots, b_m\}$, $A \cap B = \emptyset$. Koliko je permutacija skupa $A \cup B$ kojima su na prvih p mjesta elementi iz A , a na posljednjih q mjesta elementi iz B ?





Kombinacije

Zadatak 13

Cjelobrojna mreža u ravnini je unija pravaca paralelnih s osima kroz sve cjelobrojne točke. Najkraći put u mreži od ishodišta $O = (0, 0)$ do $T = (p, q)$ je niz bridova koji počinju s O i završavaju s T , s pomacima tipa $(1, 0)$ i $(0, 1)$. Koliko ima takvih najkraćih puteva od $O = (0, 0)$ do $(5, 5)$? Koliko je takvih puteva koji prolaze točkom $(2, 2)$ i segmentom $[(3, 4), (4, 4)]$?

