

### Pravila

Kolokvij se piše 120 min. Kraj svakog (pod)zadaka stoji broj bodova koji taj (pod)zadatak nosi. Moguće je ostvariti parcijalne bodove po zadacima.

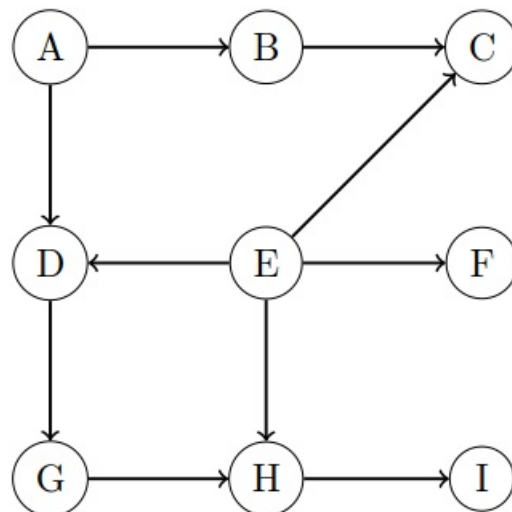
**Zadatak 1. (20B)** Neka je dana tablica sa podacima:

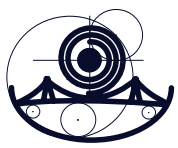
s	a	s'	T(s,a,s')	R(s,a,s')	s	a	s'	T(s,a,s')	R(s,a,s')
1	desno	2	0.8	+1	3	desno	4	0.8	-0.05
1	desno	3	0.1	-0.1	3	desno	1	0.1	-0.1
1	desno	1	0.1	-0.1	3	desno	3	0.1	-0.1
1	gore	3	0.8	-0.1	3	dolje	1	0.8	-0.1
1	gore	2	0.1	+1	3	dolje	4	0.1	-0.05
1	gore	1	0.1	-0.1	3	dolje	3	0.1	-0.1
2	lijevo	1	0.8	-0.1	4	lijevo	3	0.8	-0.1
2	lijevo	2	0.1	+1	4	lijevo	4	0.1	-0.05
2	lijevo	4	0.1	-0.05	4	lijevo	2	0.1	+1
2	gore	4	0.8	-0.05	4	dolje	2	0.8	+1
2	gore	1	0.1	-0.1	4	dolje	3	0.1	-0.1
2	gore	2	0.1	+1	4	dolje	4	0.1	-0.05

Neka je  $\gamma = 0.9$  te  $V_0^*(1) = 0.8$ ,  $V_0^*(2) = 1.2$ ,  $V_0^*(3) = 0.3$  i  $V_0^*(4) = -0.1$ . Izračunajte  $V_1^*$  i  $V_2^*$  za sva stanja i napišite koja je optimalna strategija za sva stanja nakon prvog i drugog koraka.

**Zadatak 2. (15B)** Zadana je Bayesova mreža kao na slici. Ispitajte sljedeće uvjetne nezavisnosti:

- (i)(3B)  $A \perp\!\!\!\perp I|E$ , (ii)(3B)  $A \perp\!\!\!\perp F$ , (iii)(3B)  $B \perp\!\!\!\perp H|G$ , (iv)(3B)  $B \perp\!\!\!\perp E|F$ ,  
(v)(3B)  $C \perp\!\!\!\perp G|A, I$ .





**Zadatak 3. (15B)** Razmatramo sljedeći MPO: Imamo beskonačno mnogo stanja  $s \in \mathbb{Z}$  i akcija  $a \in \mathbb{Z}$ . Izvođenje akcije  $a$  u stanju  $s$  deterministički vodi do novog stanja  $s' = s + a$  uz nagradu  $r = s - a$ . Na primjer, izvođenje akcije 3 u stanju 1 rezultira novim stanjem  $s' = 1 + 3 = 4$  uz nagradu  $r = 1 - 3 = -2$ .

Provodimo aproksimativno Q-učenje. Pretpostavimo da se Q vrijednost aproksimira formulom  $Q(s, a) = w_1 f_1(s, a) + w_2 f_2(s, a)$ , gdje je:

$$f_1(s, a) = s, \quad f_2(s, a) = -a^2.$$

Inicijalni vektor težina je  $w = [1, 2]$ . Odredite vrijednost  $Q(1, 1)$ . Nakon toga dobivamo primjer  $(s, a, s', r) = (1, 1, 2, 0)$ . Uz faktor umanjenja  $\gamma = 0.5$  i faktor učenja  $\alpha = 0.5$ . ažurirajte težine te odredite novu vrijednost  $Q(1, 1)$ .

**Zadatak 4. (25B)** Pretpostavimo da želimo provjeriti je li pročelnik u svom uredu ( $Y = 1$ ) ili ne ( $Y = 0$ ) analizom mjerenja sljedeća tri senzora raspoređena u njegovom uredu:

- senzor pritiska na stolicu koji detektira sjedi li netko na stolici ( $X_S = 1$ ) ili ne ( $X_S = 0$ )
- senzor pokreta koji uočava kreće li se netko u sobi ( $X_P = 1$ ) ili ne ( $X_P = 0$ )
- mjerač snage koji pokazuje troši li netko u sobi struju ( $X_E = 1$ ) ili ne ( $X_E = 0$ )

Svi navedeni senzori otkrivaju samo djelomičnu informaciju o pročelnikovoj prisutnosti. Na primjer, ako je pročelnik u svom uredu, ali ako ne sjedi na stolici, tada senzor pritiska na stolicu ne može pouzdano ukazivati na pročelnikovu prisutnost. Pretpostavimo da imamo sljedeće podatke o mjerenjima senzora i pročelnikovoj prisutnosti:

Dan	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$X_S$	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1
$X_P$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
$X_E$	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0
$Y$	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1

- (a) **(10B)** Bez upotrebe zaglađivanja, procijenite parametre naivnog Bayesovog klasifikatora koji na temelju navedenih podataka odlučuje je li pročelnik u uredu ili ne. Na temelju dobivenog klasifikatora za očitavanja senzora  $X_S = 0$ ,  $X_P = 0$ ,  $X_E = 1$  procijenite je li pročelnik prisutan ili ne.
- (b) **(15B)** Upotrebom Laplaceovog zaglađivanja uz  $k = 1$ , napravite Bayesov klasifikator kao u (a) zadatku. Hoće li se procjena na temelju novog klasifikatora za očitavanja iz (a) dijela zadatka promijeniti?

**Zadatak 5. (25B)** Zadane su točke  $A_1 = (-2, -1)$ ,  $A_2 = (-4, 4)$ ,  $A_3 = (3, 2)$ ,  $A_4 = (1, -2)$ ,  $A_5 = (0, 1)$ ,  $A_6 = (-1, 5)$ ,  $A_7 = (5, 7)$  i  $A_8 = (6, 8)$ . Pomoću algoritma k-srednjih vrijednosti, koristeći euklidsku udaljenost, grupirajte podatke uz sljedeće uvjete:

- (a) **(10B)**  $k = 2$  i inicijalna središta u točkama  $\mu_1 = (3, 3)$  i  $\mu_2 = (-3, 2)$ .
- (b) **(15B)**  $k = 3$  i inicijalna središta u točkama  $\mu_1 = (4, 4)$ ,  $\mu_2 = (-3, 6)$  i  $\mu_3 = (-1, -1)$ .