Pravila

Pismeni ispit se piše 2 sata. Da bi se pristupilo usmenom dijelu ispita, potrebno je skupiti barem 40 od 100 mogućih bodova na pismenom ispitu. Ispit se predaje s papirom sa zadacima i radnim listovima. Rezultati ispita će biti objavljeni na web stranici kolegija. Sve tvrdnje potrebno je detaljno obrazložiti, inače neće biti bodovane.

Zadatak 1 (20). Neka su H i K normalne podgrupe od G takve da je $K \leq H$. Dokažite da je tada H/K normalna podgrupa od G/K.

Zadatak 2 (20). Dokažite da grupa reda 132 nije prosta.

Zadatak 3 (20). Neka je G konačna grupa i $\overline{G}$ grupa koja sadrži element reda 8 te neka je $\varphi\colon G \to \overline{G}$ epimorfizam grupa. Dokažite da grupa G sadrži element reda 8.

Zadatak 4 (10+10).

a) Skup $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z} = \{(a,b)\colon a,b \in \mathbb{Z}\}$ je prsten uz zbrajanje i množenje definirano po komponentama. Dokažite ili opovrgnite: Prsten $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ nije integralna domena.

b) Neka je $I = (x^4 + x^2)$ ideal u prstenu $\mathbb{Q}[x]$. Dokažite ili opovrgnite: Element $x^2 + 1 + I$ je idempotentan element različit od nule i jedinice u kvocijentnom prstenu $\mathbb{Q}[x]/I$.

Zadatak 5 (20). Neka je F polje te neka je f ireducibilan normirani polinom u $F[x]$ i g normirani polinom u $F[x]$. Dokažite da stupanj polinoma $f(x)$ dijeli stupanj svakog ireducibilnog faktora polinoma $f(g(x))$.