



Pravila

Pismeni ispit se piše 2 sata. Da bi se pristupilo usmenom dijelu ispita, potrebno je skupiti barem 40 od 100 mogućih bodova na pismenom ispitu. Ispit se predaje s papirom sa zadacima i radnim listovima. Rezultati ispita će biti objavljeni na web stranici kolegija. Sve tvrdnje potrebno je detaljno obrazložiti, inače neće biti bodovane. Dozvoljeno je korištenje jedino pribora za pisanje i kalkulatora.

Zadatak 1 (20 bodova). Neka je $\varphi: G_1 \rightarrow G_2$ epimorfizam grupa i neka je $N \trianglelefteq G_1$. Dokažite ili opovrgnite: Tada je $\varphi(N) \trianglelefteq G_2$.

Zadatak 2 (15+10 bodova).

- Neka je N normalna podgrupa grupe G i $|N| = 2$. Dokažite da je $N \subseteq Z(G)$.
 - Ako je $a^2 = e$ za sve elemente a grupe G , dokažite da je tada grupa G Abelova.
-

Zadatak 3 (20 bodova). Neka je R prsten i I ideal u R . Dokažite da je kvocijentni prsten R/I komutativan ako i samo ako je $rs - sr \in I$ za sve $r, s \in R$.

Zadatak 4 (15 bodova). Neka je $I = (x^2 + x + 1)$ ideal u prstenu $\mathbb{Z}_3[x]$. Ispitajte je li $x + 2 + I$ djelitelj nule u kvocijentnom prstenu $\mathbb{Z}_3[x]/I$. Je li $\mathbb{Z}_3[x]/I$ polje? Obrazložite svoj odgovor.

Zadatak 5 (20 bodova). Odredite Galoisovu grupu polinoma $f(x) = x^4 - 25$ nad \mathbb{Q} .