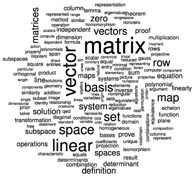

M018 Linearna algebra 1

Vježbe 2

17.10.2022.

predavač: izv.prof.dr.sc. Zoran Tomljanović
asistent: Marinela Pilj Vidaković, dr.sc. Darija Brajković Zorić

LINEARNA ZAVISNOST I NEZAVISNOST VEKTORA

Zadatak 1.

Neka je T težište trokuta $\triangle ABC$. Prikažite $\overrightarrow{OT}$ kao linearnu kombinaciju radijvektora vrhova trokuta.

Zadatak 2.

Neka je $O \in E$ fiksna točka i neka $C \in E$ dijeli dužinu $\overline{AB}$ u omjeru $3:1$, tj. $d(A,C) : d(C,B) = 3:1$. Vektor $\overrightarrow{OC}$ prikažite kao linearnu kombinaciju vektora $\overrightarrow{OA}$ i $\overrightarrow{OB}$.

LINEARNA ZAVISNOST I NEZAVISNOST VEKTORA

Zadatak 1.

Neka je T težište trokuta $\triangle ABC$. Prikažite $\overrightarrow{OT}$ kao linearnu kombinaciju radijvektora vrhova trokuta.

Zadatak 2.

Neka je $O \in E$ fiksna točka i neka $C \in E$ dijeli dužinu $\overline{AB}$ u omjeru $3:1$, tj. $d(A, C) : d(C, B) = 3:1$. Vektor $\overrightarrow{OC}$ prikažite kao linearnu kombinaciju vektora $\overrightarrow{OA}$ i $\overrightarrow{OB}$.

Zadatak 3.

Pokažite da su dva vektora $\vec{a}, \vec{b} \in X_0(M)$ kolinearna ako i samo ako su linearno zavisna.

Zadatak 4.

Neka su $\vec{p_1}, \vec{p_2} \in X_0(E)$ proizvoljni vektori. Pokažite da su vektori $\vec{a} = \vec{p_1}$, $\vec{b} = \vec{p_1} + \vec{p_2}$, $\vec{c} = -\vec{p_2}$ linearno zavisni.

Zadatak 5.

Neka su $\vec{a}, \vec{b} \in X_0(M)$ proizvoljni linearno nezavisni vektori. Za koji $m \in \mathbb{R}$ su vektori $\vec{u} = 2\vec{a} + m\vec{b}$ i $\vec{v} = 3\vec{a} - \vec{b}$ linearno zavisni?

Zadatak 3.

Pokažite da su dva vektora $\vec{a}, \vec{b} \in X_0(M)$ kolinearna ako i samo ako su linearno zavisna.

Zadatak 4.

Neka su $\vec{p_1}, \vec{p_2} \in X_0(E)$ proizvoljni vektori. Pokažite da su vektori $\vec{a} = \vec{p_1}$, $\vec{b} = \vec{p_1} + \vec{p_2}$, $\vec{c} = -\vec{p_2}$ linearno zavisni.

Zadatak 5.

Neka su $\vec{a}, \vec{b} \in X_0(M)$ proizvoljni linearno nezavisni vektori. Za koji $m \in \mathbb{R}$ su vektori $\vec{u} = 2\vec{a} + m\vec{b}$ i $\vec{v} = 3\vec{a} - \vec{b}$ linearno zavisni?

Zadatak 3.

Pokažite da su dva vektora $\vec{a}, \vec{b} \in X_0(M)$ kolinearna ako i samo ako su linearno zavisna.

Zadatak 4.

Neka su $\vec{p_1}, \vec{p_2} \in X_0(E)$ proizvoljni vektori. Pokažite da su vektori $\vec{a} = \vec{p_1}$, $\vec{b} = \vec{p_1} + \vec{p_2}$, $\vec{c} = -\vec{p_2}$ linearno zavisni.

Zadatak 5.

Neka su $\vec{a}, \vec{b} \in X_0(M)$ proizvoljni linearno nezavisni vektori. Za koji $m \in \mathbb{R}$ su vektori $\vec{u} = 2\vec{a} + m\vec{b}$ i $\vec{v} = 3\vec{a} - \vec{b}$ linearno zavisni?

Zadatak 6.

Neka su $\vec{p_1}, \vec{p_2}, \vec{p_3}$ proizvoljni linearno nezavisni vektori. Pokažite da su vektori:

a) $\vec{a} = \vec{p_1},\ \vec{b} = \vec{p_2},\ \vec{c} = \vec{p_1} + \vec{p_2} + \vec{p_3}$ linearno nezavisni.

b) $\vec{a} = \vec{p_1} + \vec{p_2},\ \vec{b} = \vec{p_1} - 2\vec{p_2},\ \vec{c} = -\vec{p_1} - 4\vec{p_2}$ linearno zavisni.

Zadatak 7.

Neka su $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \in X_0(E)$ linearno nezavisni vektori. Pokažite da su tada i vektori $\vec{p_1}, \vec{p_2}, \vec{p_3} \in X_0(E)$ linearno nezavisni i vektor $\vec{p_4}$ prikažite kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{p_1}, \vec{p_2}, \vec{p_3}$ gdje su

a) $\vec{p_1} = \vec{a} + \vec{b},\ \vec{p_2} = \vec{a} + \vec{c},\ \vec{p_3} = \vec{b} + \vec{c},\ \vec{p_4} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}.$

b) $\vec{p_1} = \vec{a} - \vec{b},\ \vec{p_2} = \vec{b},\ \vec{p_3} = \vec{a} - \vec{c},\ \vec{p_4} = 5\vec{a} - 3\vec{b} - 3\vec{c}.$

Zadatak 6.

Neka su $\vec{p_1}, \vec{p_2}, \vec{p_3}$ proizvoljni linearno nezavisni vektori. Pokažite da su vektori:

a) $\vec{a} = \vec{p_1},\ \vec{b} = \vec{p_2},\ \vec{c} = \vec{p_1} + \vec{p_2} + \vec{p_3}$ linearno nezavisni.

b) $\vec{a} = \vec{p_1} + \vec{p_2},\ \vec{b} = \vec{p_1} - 2\vec{p_2},\ \vec{c} = -\vec{p_1} - 4\vec{p_2}$ linearno zavisni.

Zadatak 7.

Neka su $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \in X_0(E)$ linearno nezavisni vektori. Pokažite da su tada i vektori $\vec{p_1}, \vec{p_2}, \vec{p_3} \in X_0(E)$ linearno nezavisni i vektor $\vec{p_4}$ prikažite kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{p_1}, \vec{p_2}, \vec{p_3}$ gdje su

a) $\vec{p_1} = \vec{a} + \vec{b},\ \vec{p_2} = \vec{a} + \vec{c},\ \vec{p_3} = \vec{b} + \vec{c},\ \vec{p_4} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}.$

b) $\vec{p_1} = \vec{a} - \vec{b},\ \vec{p_2} = \vec{b},\ \vec{p_3} = \vec{a} - \vec{c},\ \vec{p_4} = 5\vec{a} - 3\vec{b} - 3\vec{c}.$