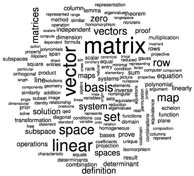

M018 Linearna algebra 1

Vježbe 3

24.10.2022.

predavač: izv.prof.dr.sc. Zoran Tomljanović
asistent: Marinela Pilj Vidaković, dr.sc. Darija Brajković Zorić

BAZA VEKTORSKOG PROSTORA. KOORDINATNI SUSTAV

Zadatak 1.

Neka je $(\vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3})$ baza u $X_0(E)$. Za vektore $\vec{a} = 2\vec{e_1} + 3\vec{e_2} - \vec{e_3}$, $\vec{b} = \vec{e_1} - \vec{e_3}$, $\vec{c} = -\vec{e_2} + \vec{e_3}$ odredite

a) $\vec{a} + \vec{b}$.

b) $2\vec{a} - \vec{c}$.

c) $\vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$.

Zadatak 2.

Provjerite čine li vektori $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j}$, $\vec{b} = -\vec{i} + \vec{j}$ bazu vektorskog prostora $X_0(M)$. Ako čine, vektor $\vec{c} = 8\vec{i} + \vec{j}$ prikažite u toj bazi.

Zadatak 3.

Provjerite čine li vektori $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$, $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j}$ bazu vektorskog prostora $X_0(M)$. Ako čine, vektor $\vec{c} = -11\vec{i} + 6\vec{j}$ prikažite u toj bazi.

Zadatak 2.

Provjerite čine li vektori $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j}$, $\vec{b} = -\vec{i} + \vec{j}$ bazu vektorskog prostora $X_0(M)$. Ako čine, vektor $\vec{c} = 8\vec{i} + \vec{j}$ prikažite u toj bazi.

Zadatak 3.

Provjerite čine li vektori $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$, $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j}$ bazu vektorskog prostora $X_0(M)$. Ako čine, vektor $\vec{c} = -11\vec{i} + 6\vec{j}$ prikažite u toj bazi.

NORMA VEKTORA

Primjer 1.

Odredite l_1, l_2 i l_∞ normu vektora

a) $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j}$.

b) $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$.

Udaljenost dviju točaka

Zadatak 1.

Odredite d_1, d_2 i d_∞ udaljenost točaka A, B ako je

$$\vec{r_A} = 2\vec{i} + \vec{k},$$

$$\vec{r_B} = \vec{i} + 2\vec{j}.$$

Zadatak 2.

U koordinatnom sustavu $(O; (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}))$ zadan je vektor $\vec{d} = \overrightarrow{AB}$. Odredite koordinate točke B ako je

a) $\vec{d} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}, \quad A = (0, 4, 2).$

b) $\vec{d} = -\vec{k}, \quad A = (2, 2, 2).$

Udaljenost dviju točaka

Zadatak 1.

Odredite d_1, d_2 i d_∞ udaljenost točaka A, B ako je

$$\vec{r_A} = 2\vec{i} + \vec{k},$$

$$\vec{r_B} = \vec{i} + 2\vec{j}.$$

Zadatak 2.

U koordinatnom sustavu $(O; (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}))$ zadan je vektor $\vec{d} = \overrightarrow{AB}$. Odredite koordinate točke B ako je

a) $\vec{d} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}, \quad A = (0, 4, 2).$

b) $\vec{d} = -\vec{k}, \quad A = (2, 2, 2).$

Zadatak 3.

Zadan je romb s vrhovima $A = (1, 2, 0)$, $B = (3, 2, 1)$, $C = (0, -1, 1)$. Odredite četvrti vrh D i udaljenost vrha B do sjecišta dijagonala.

Zadatak 4.

Zadan je trokut s vrhovima $A = (-3, 2, 1)$, $B = (3, -1, 4)$ i $C = (5, 2, -3)$. Odredite duljine njegovih težišnica koristeći l_1 normu.

Zadatak 3.

Zadan je romb s vrhovima $A = (1, 2, 0)$, $B = (3, 2, 1)$, $C = (0, -1, 1)$. Odredite četvrti vrh D i udaljenost vrha B do sjecišta dijagonala.

Zadatak 4.

Zadan je trokut s vrhovima $A = (-3, 2, 1)$, $B = (3, -1, 4)$ i $C = (5, 2, -3)$. Odredite duljine njegovih težišnica koristeći l_1 normu.

CAUCHY - SCHWARZ - BUNIAKOWSKY NEJEDNAKOST

Zadatak 1.

Neka su x, y realni brojevi takvi da je $5x + 2y = 1$. Dokažite da je tada

$$x^2 + y^2 \geq \frac{1}{29}.$$

Zadatak 2.

Neka su x, y, z realni brojevi takvi da je $x + 4y + z = 5$. Dokažite da je tada

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq \frac{25}{18}.$$

CAUCHY - SCHWARZ - BUNIAKOWSKY NEJEDNAKOST

Zadatak 1.

Neka su x, y realni brojevi takvi da je $5x + 2y = 1$. Dokažite da je tada

$$x^2 + y^2 \geq \frac{1}{29}.$$

Zadatak 2.

Neka su x, y, z realni brojevi takvi da je $x + 4y + z = 5$. Dokažite da je tada

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq \frac{25}{18}.$$

Zadatak 3.

Dokažite da za svaki $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ vrijedi nejednakost

$$\left(1 + a + a^2\right)^2 < 3\left(1 + a^2 + a^4\right).$$