



# M018 Linearna algebra 1

## Vježbe 4

7.11.2022.



## CAUCHY - SCHWARZ - BUNIAKOWSKY NEJEDNAKOST

### Zadatak 4.

Neka su  $x, y, z$  pozitivni realni brojevi takvi da je  $x^2 + y^2 + z^2 = 27$ . Primjenom Cauchy - Schwarz - Buniakowsky nejednakosti pokažite da vrijedi:

$$1 \geq \frac{x + y + z}{9}.$$

Kada u prethodnoj nejednakosti vrijedi jednakost? **DZ**





### Zadatak 5.

Neka su  $x$ ,  $y$  i  $z$  pozitivni realni brojevi takvi da je  $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ .  
Koristeći Cauchy-Schwarz-Buniakowsky nejednakost dokažite da vrijedi:

$$x + 2y + 3z \leq \sqrt{28}.$$





## SKALARNI PRODUKT

### Zadatak 1.

Za vektore  $\vec{a} = \vec{i} + 5\vec{k}$ ,  $\vec{b} = -3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$  i  $\vec{c} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$  odredite  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ,  $\vec{a} \cdot \vec{c}$  i  $(\vec{b} + \vec{c}) \cdot \vec{a}$ .

### Zadatak 2.

Odredite kut između vektora:

a)  $\vec{a} = \vec{i}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j}$ .

b)  $\vec{a} = -2\vec{i} - 2\vec{j}$ ,  $\vec{b} = 3\vec{i} + 3\vec{j}$ .

c)  $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = -\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ .

d)  $\vec{a} = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}\vec{i} + \frac{1 - \sqrt{3}}{2}\vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} + \vec{k}$ .





## SKALARNI PRODUKT

### Zadatak 1.

Za vektore  $\vec{a} = \vec{i} + 5\vec{k}$ ,  $\vec{b} = -3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$  i  $\vec{c} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$  odredite  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ,  $\vec{a} \cdot \vec{c}$  i  $(\vec{b} + \vec{c}) \cdot \vec{a}$ .

### Zadatak 2.

Odredite kut između vektora:

a)  $\vec{a} = \vec{i}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j}$ .

b)  $\vec{a} = -2\vec{i} - 2\vec{j}$ ,  $\vec{b} = 3\vec{i} + 3\vec{j}$ .

c)  $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = -\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ .

d)  $\vec{a} = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}\vec{i} + \frac{1 - \sqrt{3}}{2}\vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} + \vec{k}$ .





### Zadatak 3.

Odredite barem jedan vektor okomit na vektor

a)  $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ .

b)  $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$ .

### Zadatak 4.

Odredite  $\lambda \in \mathbb{R}$  takav da vektori  $\vec{a} = 2\vec{i} + \lambda\vec{j}$  i  $\vec{b} = 6\vec{i} + 4\vec{j}$  budu okomiti.

### Zadatak 5.

Nadite kut između jediničnih vektora  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$  ako je  $(\vec{a} + 2\vec{b}) \perp (5\vec{a} - 4\vec{b})$ .





### Zadatak 3.

Odredite barem jedan vektor okomit na vektor

a)  $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ .

b)  $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$ .

### Zadatak 4.

Odredite  $\lambda \in \mathbb{R}$  takav da vektori  $\vec{a} = 2\vec{i} + \lambda\vec{j}$  i  $\vec{b} = 6\vec{i} + 4\vec{j}$  budu okomiti.

### Zadatak 5.

Nadite kut između jediničnih vektora  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$  ako je  $(\vec{a} + 2\vec{b}) \perp (5\vec{a} - 4\vec{b})$ .





### Zadatak 3.

Odredite barem jedan vektor okomit na vektor

a)  $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ .

b)  $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$ .

### Zadatak 4.

Odredite  $\lambda \in \mathbb{R}$  takav da vektori  $\vec{a} = 2\vec{i} + \lambda\vec{j}$  i  $\vec{b} = 6\vec{i} + 4\vec{j}$  budu okomiti.

### Zadatak 5.

Nadite kut između jediničnih vektora  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$  ako je  $(\vec{a} + 2\vec{b}) \perp (5\vec{a} - 4\vec{b})$ .







### Zadatak 6.

Nadite kut između vektora  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$  ako je  $(\vec{a} + 3\vec{b}) \perp (7\vec{a} - 5\vec{b})$  i  $(\vec{a} - 4\vec{b}) \perp (7\vec{a} - 2\vec{b})$ .

### Zadatak 7.

Odredite duljine stranica i mjere kutova trokuta  $\triangle ABC$  s vrhovima  $A = (-1, 2, 3)$ ,  $B = (2, 1, 2)$ ,  $C = (0, 3, 0)$ .

### Zadatak 8.

Odredite kut nasuprot osnovice jednakokravnog trokuta ako vrijedi  $\vec{t}_a \perp \vec{t}_b$ , gdje su  $t_a$  i  $t_b$  težišnice na krakove trokuta.

### Zadatak 9.

Dane su točke  $A = (-3, 5, 6)$ ,  $B = (1, -5, 7)$ ,  $C = (8, -3, -1)$  i  $D = (4, 7, -2)$ . Dokažite da je četverokut  $ABCD$  kvadrat.





### Zadatak 6.

Nadite kut između vektora  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$  ako je  $(\vec{a} + 3\vec{b}) \perp (7\vec{a} - 5\vec{b})$  i  $(\vec{a} - 4\vec{b}) \perp (7\vec{a} - 2\vec{b})$ .

### Zadatak 7.

Odredite duljine stranica i mjere kutova trokuta  $\triangle ABC$  s vrhovima  $A = (-1, 2, 3)$ ,  $B = (2, 1, 2)$ ,  $C = (0, 3, 0)$ .

### Zadatak 8.

Odredite kut nasuprot osnovice jednakokračnog trokuta ako vrijedi  $\vec{t}_a \perp \vec{t}_b$ , gdje su  $t_a$  i  $t_b$  težišnice na krakove trokuta.

### Zadatak 9.

Dane su točke  $A = (-3, 5, 6)$ ,  $B = (1, -5, 7)$ ,  $C = (8, -3, -1)$  i  $D = (4, 7, -2)$ . Dokažite da je četverokut  $ABCD$  kvadrat.





### Zadatak 6.

Nadite kut između vektora  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$  ako je  $(\vec{a} + 3\vec{b}) \perp (7\vec{a} - 5\vec{b})$  i  $(\vec{a} - 4\vec{b}) \perp (7\vec{a} - 2\vec{b})$ .

### Zadatak 7.

Odredite duljine stranica i mjere kutova trokuta  $\triangle ABC$  s vrhovima  $A = (-1, 2, 3)$ ,  $B = (2, 1, 2)$ ,  $C = (0, 3, 0)$ .

### Zadatak 8.

Odredite kut nasuprot osnovice jednakokravnog trokuta ako vrijedi  $\vec{t}_a \perp \vec{t}_b$ , gdje su  $t_a$  i  $t_b$  težišnice na krakove trokuta.

### Zadatak 9.

Dane su točke  $A = (-3, 5, 6)$ ,  $B = (1, -5, 7)$ ,  $C = (8, -3, -1)$  i  $D = (4, 7, -2)$ . Dokažite da je četverokut  $ABCD$  kvadrat.





### Zadatak 6.

Nadite kut između vektora  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$  ako je  $(\vec{a} + 3\vec{b}) \perp (7\vec{a} - 5\vec{b})$  i  $(\vec{a} - 4\vec{b}) \perp (7\vec{a} - 2\vec{b})$ .

### Zadatak 7.

Odredite duljine stranica i mjere kutova trokuta  $\triangle ABC$  s vrhovima  $A = (-1, 2, 3)$ ,  $B = (2, 1, 2)$ ,  $C = (0, 3, 0)$ .

### Zadatak 8.

Odredite kut nasuprot osnovice jednakokračnog trokuta ako vrijedi  $\vec{t}_a \perp \vec{t}_b$ , gdje su  $t_a$  i  $t_b$  težišnice na krakove trokuta.

### Zadatak 9.

Dane su točke  $A = (-3, 5, 6)$ ,  $B = (1, -5, 7)$ ,  $C = (8, -3, -1)$  i  $D = (4, 7, -2)$ . Dokažite da je četverokut  $ABCD$  kvadrat.

