



## Pravila

Pismeni ispit se piše 120 minuta. Da bi se pristupilo usmenom dijelu ispita, potrebno je skupiti barem 45 od 100 mogućih bodova na pismenom ispitu. Ispit se predaje s papirom sa zadacima i radnim listovima. Rezultati ispita će biti objavljeni na web stranici kolegija.

### Zadatak 1 (20).

Neka su  $a, b, c$  pozitivni realni brojevi. Primjenom Cauchy-Schwarz-Buniakowsky nejednakosti pokažite da vrijedi:

$$\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \geq \frac{3a + 4b + 12c}{13}.$$

### Zadatak 2 (20).

Neka je  $ABCD$  trostrana piramida. Ako su pravci  $AB$  i  $CD$  međusobno okomiti, kao i pravci  $AC$  i  $BD$ , vektorskim računom ispitajte jesu li tada i pravci  $AD$  i  $BC$  međusobno okomiti.

### Zadatak 3 (20).

Riješite matričnu jednadžbu  $BX = I + A^T$ , gdje je

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & -1 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ i } B = \begin{bmatrix} -3 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -2 & 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

### Zadatak 4 (20).

Koristeći Cramerovo pravilo u ovisnosti o parametru  $\lambda \in \mathbb{R}$  diskutirajte sustav:

$$\begin{aligned} \lambda x_1 + x_2 + x_3 &= 1 \\ 5x_1 - 2x_2 + 2x_3 &= -2 \\ x_1 + \lambda x_2 - x_3 &= -1. \end{aligned}$$

### Zadatak 5 (20).

Odredite jednadžbu ravnine  $\pi_1$  koja sadrži točku  $T_1 = (-2, 3, 2)$  i okomita je na pravac

$$p_1 \dots \begin{cases} x = 12 - 2\lambda \\ y = -2 + \lambda \\ z = -1 - 4\lambda. \end{cases}$$

Zatim, odredite jednadžbu ravnine  $\pi_2$  koja je paralelna s ravninom  $\pi_3 \dots x - 2y + z + 12 = 0$  i sadrži pravac  $p_2 \dots \frac{x+2}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{3}$ . Ukoliko je moguće, jednadžbe ravnina  $\pi_1$  i  $\pi_2$  zapišite u segmentnom obliku.