



## Pravila

Pismeni ispit se piše 120 minuta. Da bi se pristupilo usmenom dijelu ispita, potrebno je skupiti barem 45 od 100 mogućih bodova na pismenom ispitu. Ispit se predaje s papirom sa zadacima i radnim listovima. Rezultati ispita će biti objavljeni na web stranici kolegija.

### Zadatak 1 (20).

Neka su  $x, y, z$  pozitivni realni brojevi. Primjenom Cauchy-Schwarz-Buniakowsky nejednakosti pokažite da vrijedi:

$$\frac{x^2}{z} + \frac{y^2}{x} + \frac{z^2}{y} \geq x + y + z.$$

Kada vrijedi jednakost ?

### Zadatak 2 (20).

Dani su vektori  $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$  i  $\vec{c} = 7\vec{i} + 8\vec{j} - 3\vec{k}$ . Odredite vektor  $\vec{d}$  takav da je

$$\vec{d} \cdot \vec{a} = -2$$

$$\vec{b} \times \vec{d} = -\vec{c}$$

i izračunajte njegove  $l_1$ ,  $l_2$  i  $l_\infty$  norme.

### Zadatak 3 (20).

Riješite matricnu jednadžbu:  $AB \cdot X \cdot B^T A^T = I$ , gdje je

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -4 \\ 3 & -2 & -4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 21 & -3 & 13 \\ 8 & -1 & 5 \\ 12 & -2 & 7 \end{bmatrix}.$$

### Zadatak 4 (20).

Gaussovom metodom eliminacije odredite opće rješenje sustava:

$$\begin{aligned} 4x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 2x_4 &= 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 &= 5 \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 5x_4 &= 1 \\ 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 + 3x_4 &= -1. \end{aligned}$$

### Zadatak 5 (20).

Ravnina  $\pi_1$  sadrži pravac  $p_1$  koji je određen točkom  $T_1 = (-5, -3, 1)$  i vektorom  $a_1 = 2\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$  i okomita je na ravninu  $\pi_2$ . Ravnina  $\pi_2$  sadrži točku  $T_2 = (3, 2, 1)$  i paralelna je s ravninom  $\pi_3 \dots 4x - y + 3z + 1 = 0$ . Odredite jednadžbu ravnine  $\pi_1$  i jednadžbu ravnine  $\pi_2$  te odredite parametarski i kanonski oblik jednadžbe pravca  $p_1$ .