Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku
19. lipanj 2018.

Pismeni ispit
Linearna algebra 1

Zadatak 1. [20 bodova]
(a) *Napišite definiciju vektorskog produkta dva vektora u* $X_0(E)$.

(b) *Dani su vektori* $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ *i* $\vec{c} = 7\vec{i} + 8\vec{j} - 3\vec{k}$. *Odredite vektor* $\vec{d}$ *takav da je*

$$\vec{d} \cdot \vec{a} = -2$$
$$\vec{b} \times \vec{d} = -\vec{c}$$

i izračunajte njegove l_1, l_2 *i* l_∞ *norme.*

Zadatak 2. [20 bodova]
(a) *Napišite Cauchy – Schwarz – Buniakowsky nejednakost u vektorskom obliku. Kada vrijedi jednakost?*

(b) *Neka su* x, y, z *pozitivni realni brojevi. Primjenom Cauchy-Schwarz-Buniakowsky nejednakosti pokažite da vrijedi:*

$$x + y + z \geq \frac{\sqrt{3x^2 + xy} + \sqrt{3y^2 + yz} + \sqrt{3z^2 + zx}}{2}.$$

Zadatak 3. [20 bodova]
Riješite matričnu jednadžbu: $A \cdot X \cdot B^T = 3(A - I)$, *gdje je*

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & -2 \\ -1 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -2 & -3 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \\ 1 & 4 & 0 \end{bmatrix}.$$

.

Zadatak 4. [20 bodova]
(a) *Iskažite Binet-Cauchyjev teorem.*

(b) *Primjenom Cramerovog pravila u ovisnosti o parametru* $a \in \mathbb{R}$ *diskutirajte sustav linearnih jednadžbi:*

$$\begin{array}{rcrcrcr} (a+1)x_1 & - & ax_2 & + & x_3 & = & 1 \\ -2x_1 & - & x_2 & + & 2x_3 & = & -2 \\ 2x_1 & & & - & 2x_3 & = & 1. \end{array}$$

Zadatak 5. [20 bodova]
(a) *Napišite opći oblik jednadžbe ravnine zadane točkom* $P_0 = (x_0, y_0, z_0)$ *i normalom* $\vec{n} = A\vec{i} + B\vec{j} + C\vec{k}$. *Kada se ravnina može zapisati u segmentnom obliku i kako on tada izgleda?*

(b) *Ravnina* $\pi_1 \ldots\ 3x - y + z - 6 = 0$ *paralelna je s ravninom* π_2 *koja sadrži točku* $T_2 = (5, 0, 1)$, *a ravnina* π_3 *koja sadrži pravac*

$$p_3 \ldots \frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z}{2}$$

okomita je na ravninu π_2. *Odredite jednadžbu ravnine* π_3 *te udaljenost ravnina* π_1 *i* π_2.