# ANALIZA VREMENSKIH NIZOVA

Prvi kolokvij 2019./2020.

Prije rješavanja izračunajte sljedeća dva broja i zapišite ih na papir na koji rješavate kolokvij:

$$\mathfrak{a} = (\text{predzadnja znamenka JMBAG-a} \mod 3) + 1,$$
$$\mathfrak{b} = (\text{zadnja znamenka JMBAG-a} \mod 3) + 1,$$

( mod 3 je ostatak dijeljenja s 3). Npr. student s JMBAG 0123456789 ima $\mathfrak{a} = 8 \mod 3 + 1 = 3$ i $\mathfrak{b} = 9 \mod 3 + 1 = 1$. Te brojeve koristite u zadacima tamo gdje se pojavljuju.

## Zadatak 1: [25 bodova]

Neka su $\{X_t,\, t \in \mathbb{Z}\}$ i $\{Y_t,\, t \in \mathbb{Z}\}$ dva stacionarna procesa takva da je $Cov(X_t, Y_s) = 0$ za sve $t, s \in \mathbb{Z}$, te neka su $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$. Je li proces $\{V_t,\, t \in \mathbb{Z}\}$

$$V_t = c_1 X_{t+\mathfrak{a}} + c_2 Y_{t-\mathfrak{b}}$$

stacionaran? Odredite njegovu funkciju autokovarijanci.

## Zadatak 2: [15+10=25 bodova]

Neka je $\{X_t,\, t \in \mathbb{Z}\}$ proces definiran s $X_t = (-1)^{\mathfrak{a}+t} X$ za neku slučajnu varijablu $EX = 0$ i $EX^2 < \infty$.

(a) Je li $\{X_t\}$ slabo stacionaran?

(b) Pokažite da je $\{X_t\}$ deterministički proces.

## Zadatak 3: [15+10=25 bodova]

Neka je $\{X_t\}$ proces definiran s

$$X_t = (X_{t-1})^{\frac{1}{\mathfrak{a}}} e^{\mathfrak{b} t^2 + Y_t},$$

gdje je

$$Y_t = Y_{t-1} + U_t$$
$$U_t = U_{t-1} + Z_t - \frac{1}{\mathfrak{b}} Z_{t-1}, \quad \{Z_t\} \sim IID(0, \sigma^2).$$

(a) Odredite niz transformacija kojima od $\{X_t\}$ možemo dobiti stacionaran ARMA proces.

(b) O kojem ARMA procesu se radi? Je li kauzalan i invertibilan?

## Zadatak 4: [15+10=25 bodova]

Neka je proces $\{X_t\}$ zadan s

$$X_t = Z_t + \frac{1}{1+\mathfrak{a}} Z_{t-1} X_{t-1-\mathfrak{b}},$$

gdje je $\{Z_t\} \sim IID(0, 1)$ i $Z_t$ nezavisna od $X_s$ za $s < t$. Može se pokazati da je $\{X_t\}$ strogo stacionaran.

(a) Izračunajte ACVF.

(b) Odredite linearni proces koji ima istu ACVF.