

**ANALIZA VREMENSKIH NIZOVA**

PRVI KOLOKVIJ 2017./2018.

**ZADATAK 1:** [8+17=25 bodova]

- (a) Navedite i dokažite osnovna svojstva funkcije autokovarijanci stacionarnog procesa. Može li funkcija  $\gamma(h) = \sin(h)$  biti funkcija autokovarijanci nekog stacionarnog procesa?
- (b) Je li zbroj dva nezavisna stacionarna procesa stacionaran proces? Vrijedi li isto za umnožak dva nezavisna stacionarna procesa?

**ZADATAK 2:** [5+4+11=20 bodova]Neka je  $\{X_t\}$  proces,  $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  izmjeriva funkcija i  $\{Y_t\}$  proces definiran s  $Y_t = g(X_t, X_{t-1})$ .

- (a) Pokažite da ako je  $\{X_t\}$  strogo stacionaran proces, onda je i  $\{Y_t\}$  strogo stacionaran.
- (b) Ako je  $\{X_t\}$  slabo stacionaran, navedite primjer funkcije  $g$  za koju će i  $\{Y_t\}$  biti slabo stacionaran.
- (c) Ako je  $\{X_t\}$  IID šum takav da je  $P(X_t = 1) = P(X_t = -1) = 1/2$  i  $g(x, y) = x^2 - y^2$ , je li  $\{Y_t\}$  slabo stacionaran? Odredite funkciju autokorelacija proces  $\{Y_t\}$  i odredite proces koji ima takvu funkciju autokorelacija. Zapišite taj proces u obliku linearnog procesa.

**ZADATAK 3:** [7 bodova]

Na osnovu 100 podataka vremenskog niza procijenjena je autokorelacijska funkcija do koraka 20 te su sve apsolutne vrijednosti korelacija manje od 0.1. Promatramo li svaki korak posebno, ima li na razini značajnosti 0.05 razloga sumnjati da korelacije značajno odstupaju od IID šuma?

**ZADATAK 4:** [8 bodova]Je li proces  $\{X_t\}$  definiran s

$$X_t = 2X_{t-1} - X_{t-2} + Z_t - 0.5Z_{t-1}, \quad t \in \mathbb{Z}, \quad \{Z_t\} \sim WN(0, \sigma^2),$$

stacionaran? Ako nije, kojom transformacijom tog procesa bi mogli dobiti stacionaran proces?

**ZADATAK 5:** [20 bodova]Zadan je proces  $\{X_t\}$ 

$$X_t = 4 + 1.2X_{t-1} - 0.2X_{t-2} + Z_t - 1.5Z_{t-1} + 0.5Z_{t-2}, \quad t \in \mathbb{Z},$$

gdje je  $\{Z_t\} \sim WN(0, \sigma^2)$ . Odredite o kojem ARMA odnosno ARIMA procesu se radi. Je li taj proces odnosno njegov ARMA dio kauzalan i invertibilan?**ZADATAK 6:** [20 bodova]Za proces  $\{X_t\}$ 

$$X_t = \frac{3}{4}X_{t-1} - \frac{1}{8}X_{t-2} + Z_t, \quad t \in \mathbb{Z}, \quad \{Z_t\} \sim WN(0, 1),$$

odredite  $\gamma(3)$  gdje je  $\gamma$  funkcija autokovarijanci.