Sveučilište u Osijeku
Odjel za matematiku
23. studenog 2012.

A

Matematički praktikum (2012./2013.)

1. kolokvij

Zadatak 1. [20 bodova]
(a) *Ako skup $\mathcal{A}$ ima m elemenata, napišite formulu za izračunavanje broja svih particija sastavljenih of 3 klastera.*
(b) *Zadan je skup $\mathcal{A} = \{1, 2, 4, 5, 6, 9, 10, 12\}$. Koliko ima svih particija skupa $\mathcal{A}$ od po dva klastera, a koliko svih particija skupa $\mathcal{A}$ od po dva klastera koji se nastavljaju jedan na drugi ? Uz primjenu LAD-metričke funkcije odredite optimalnu particiju s dva klastera. Kolika je vrijedost funkcije cilja ?*

Zadatak 2. [20 bodova]
(a) *Neka je $\mathcal{A} \subset \mathbb{R}$ skup od m podataka koji treba grupirati u $1 \le k \le m$ klastera $\pi_1, \ldots, \pi_k$ s centrima $c_1, \ldots, c_k$ uz primjenu LS-kvazimetričke funkcije. Napišite funkciju cilja $\mathcal{F}$, dualnu funkciju $\mathcal{G}$ i vezu između njih.*
(b) *Zadan je skup $\mathcal{A} = \{2, 4, 6, 9, 12\}$. Uz primjenu LS-kvazimetričke funkcije za particije*
$\Pi_1 = \{\{2, 4, 6\}, \{9, 12\}\}, \quad \Pi_2 = \{\{2, 4\}, \{6, 9, 12\}\}$
odredite vrijednosti funkcije cilja $\mathcal{F}$ i dualne funkcije $\mathcal{G}$, te na osnovi tog zaključite koja je particija bolja.

Zadatak 3. [20 bodova]
(a) *Što podrazumijevamo pod pojmom "kvazimetrička funkcija"?*
(b) *Zadan je skup podataka $\mathcal{A} = \{2, -1, 8, 10, 2, 8, -2, 9\} \subset \mathbb{R}$ s težinama $w = \{1, 4, 1, 1, 3, 2, 5, 1\}$. Kako se definira i čemu je jednak najbolji LS-reprezentant skupa $\mathcal{A}$?*

Zadatak 4. [20 bodova]
(a) *Neka je $\mathcal{A} \subset \mathbb{R}^n$. Kako se definira najbolji LAD-reprezentant skupa $\mathcal{A}$?*
(b) *Zadan je skup podataka $\mathcal{A} = \{(10, 0), (2, 5), (9, 6), (5, -3), (7, -1), (8, 8), (2, 6), (1, 3)\} \subset \mathbb{R}^2$. Odredite najbolji LAD-reprezentant skupa $\mathcal{A}$ i skicirajte odgovarajuću sliku.*

Zadatak 5. [20 bodova]
(a) *Kako se definira najbolji TLS pravac u eksplicitnom obliku $y = kx + l$?*
(b) *Zadan je skup podataka $\mathcal{A} = \{(4, 2), (-1, -3), (3, -3), (-2, 0)\} \subset \mathbb{R}^2$. Odredite centroid skupa $\mathcal{A}$ i kovarijacijsku matricu.*

Zadatak 6. [20 bodova]
Odredite LS-udaljenost i Mahalanobis-udaljenost točaka $T_1 = (1, 2)$, $T_2 = (4, 2)$ ako je pozitivno definitna matrica $S = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

Napomena. Rješavanjem svih zadataka ukupno možete postići maksimalno 120 bodova i na taj način kompenzirati eventualne propuste u sljedećim zadaćama.

Sveučilište u Osijeku **B**
Odjel za matematiku
23. studenog 2012.

Matematički praktikum (2012./2013.)

1. kolokvij

Zadatak 1. [20 bodova]
(a) *Ako skup $\mathcal{A}$ ima m elemenata, napišite formulu za izračunavanje broja svih particija sastavljenih of 3 klastera.*
(b) *Zadan je skup $\mathcal{A} = \{1, 2, 4, 6, 9, 10, 12\}$. Koliko ima svih particija skupa $\mathcal{A}$ od po dva klastera, a koliko svih particija skupa $\mathcal{A}$ od po dva klastera koji se nastavljaju jedan na drugi? Uz primjenu LAD-metičke funkcije odredite optimalnu particiju s dva klastera. Kolika je vrijedost funkcije cilja?*

Zadatak 2. [20 bodova]
(a) *Neka je $\mathcal{A} \subset \mathbb{R}$ skup od m podataka koji treba grupirati u $1 \leq k \leq m$ klastera $\pi_1, \ldots, \pi_k$ s centrima $c_1, \ldots, c_k$ uz primjenu kvazimetričke funkcije $d\colon \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+$. Napišite funkciju cilja $\mathcal{F}$ samo pomoću centara.*
(b) *Zadan je skup $\mathcal{A} = \{1, 3, 5, 8, 11\}$. Uz primjenu LS-kvazimetričke funkcije za particije*
$\Pi_1 = \{\{1, 3, 5\}, \{8, 11\}\}, \quad \Pi_2 = \{\{1, 3\}, \{5, 8, 11\}\}$
odredite vrijednosti funkcije cilja $\mathcal{F}$ i dualne funkcije $\mathcal{G}$, te na osnovi tog zaključite koja je particija bolja.

Zadatak 3. [20 bodova]
(a) *Neka je $\mathcal{A} \subset \mathbb{R}^n$ skup podataka, a $d\colon \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}_+$ kvazimetrička funkcija. Kako se definira najbolji reprezentant skupa $\mathcal{A}$?*
(b) *Zadan je skup podataka $\mathcal{A} = \{2, -1, 8, 10, 2, 8, -2, 9\} \subset \mathbb{R}$ s težinama $w = \{1, 1, 1, 3, 4, 2, 1, 1\}$. Kako se definira i čemu je jednak najbolji LAD-reprezentant skupa $\mathcal{A}$?*

Zadatak 4. [20 bodova]
(a) *Neka je $\mathcal{A} \subset \mathbb{R}^n$. Kako se definira najbolji LS-reprezentant skupa $\mathcal{A}$?*
(b) *Zadan je skup podataka $\mathcal{A} = \{(10, 0), (2, 5), (9, 6), (5, -3), (7, -1), (8, 8), (2, 6), (1, 3)\} \subset \mathbb{R}^2$. Odredite najbolji LS-reprezentant skupa $\mathcal{A}$ i skicirajte odgovarajuću sliku.*

Zadatak 5. [20 bodova]
(a) *Kako se definira najbolji TLS pravac u implicitnom obliku $ax + by + c = 0$?*
(b) *Zadan je skup podataka $\mathcal{A} = \{(4, 2), (-1, -3), (3, -3), (-2, 0)\} \subset \mathbb{R}^2$. Odredite centroid skupa $\mathcal{A}$ i kovarijacijsku matricu.*

Zadatak 6. [20 bodova]
Odredite LS-udaljenost i Mahalanobis-udaljenost točaka $T_1 = (2, 1)$, $T_2 = (4, 2)$ ako je pozitivno definitna matrica $S = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$

Napomena. Rješavanjem svih zadataka ukupno možete postići maksimalno 120 bodova i na taj način kompenzirati eventualne propuste u sljedećim zadaćama.