KOLOKVIJ 1 - GRUPA 1A

17. 4. 2020.

Pravila

Kolokvij se piše 120 min te se predaje tako da se rukom napisana rješenja slikaju ili skeniraju i objedinjena pošalju na email linalg2@mathos.hr s naslovom '1. kolokvij – ime prezime' (sve papire na koje se piše potrebno je potpisati). Bitno je da poslani dokument bude čitljiv. Sve tvrdnje potrebno je detaljno obrazložiti, inače neće biti bodovane. Ukoliko koristite tvrdnje pokazane na vježbama i/ili predavanjima navedite na koje tvrdnje se pozivate. Ukoliko se uoči da su neka rješenja jednaka, svim studentima koji su u tome sudjelovali, zadaci neće biti priznati.

Zadatak 1 (15 + 10 bodova).

(a) Ispitajte je li skup $S = \{a_0 + a_1x + a_2x^2 \colon a_0, a_1, a_2 \in \mathbb{R},\ a_0 + 2a_1 - a_2 = 0\}$ potprostor od $\mathcal{P}_2$. Ako nije, pokažite to kontraprimjerom.

(b) Ispitajte je li skup $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \colon x^2 + y^2 - z^2 \leq 5\}$ potprostor od $\mathbb{R}^3$. Ako nije, pokažite to kontraprimjerom.

Zadatak 2 (10 + 15 + 5 bodova). Neka je operator $\mathcal{A} \colon \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \to \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ zadan s

$$\mathcal{A}\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} a+b & 2b \\ -c & 0 \end{bmatrix}.$$

(a) Pokažite da je $\mathcal{A}$ linearan operator.

(b) Odredite bazu jezgre i bazu slike operatora $\mathcal{A}$.

(c) Odredite rang i defekt operatora $\mathcal{A}$.

Zadatak 3 (20 bodova). Odredite parametre $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ takve da je $[\{x, y\}] = [\{z, w\}]$, ako je

$$x = (1, 2, 3, 4), \quad y = (1, 1, -1, 1), \quad z = (a, b, c, d), \quad w = (b - a, a - c, -d, c - 4).$$

Zadatak 4 (10 + 15 bodova). Zadan je $L = \{p \in \mathcal{P}_3 : p(-1) = 0 \;\&\; p'(2) = 0\} \leq \mathcal{P}_3$.

(a) Odredite bazu i dimenziju potprostora L.

(b) Odredite bazu i dimenziju dva direktna komplementa od L u $\mathcal{P}_3$.