Pravila

Kolokvij se piše 120 min te se predaje tako da se rukom napisana rješenja slikaju ili skeniraju i objedinjena pošalju na mail linalg2@mathos.hr s naslovom '2. kolokvij – ime prezime' (sve papire na koje se piše potrebno je potpisati). Bitno je da poslani dokument bude čitljiv. Sve tvrdnje potrebno je detaljno obrazložiti, inače neće biti bodovane. Ukoliko koristite tvrdnje pokazane na vježbama i/ili predavanjima navedite na koje tvrdnje se pozivate. Ukoliko se uoči da su neka rješenja jednaka, svim studentima koji su u tome sudjelovali, zadaci neće biti priznati.

Zadatak 1 (20 bodova). Odredite sve moguće Jordanove forme operatora $A \in L(\mathbb{C}^5)$ čiji je svojstveni polinom

$$k_A(\lambda) = -(\lambda+4)^3(\lambda-3)^2.$$

Odredite spektar operatora A i algebarsku kratnost svake svojstvene vrijednosti te za svaku moguću Jordanovu formu odredite geometrijsku kratnost svake svojstvene vrijednosti.

Zadatak 2 (25 bodova). Odredite ortonormiranu bazu za potprostor W od $\mathbb{C}^3$ koji je razapet vektorima

$$a = (2+i, 0, 2i) \text{ i } b = (1, 0, i)$$

te odredite ortogonalni komplement od W.

Zadatak 3 (15 bodova). Ispitajte je li operator $A \in L(\mathbb{R}^3)$ definiran s

$$A(x_1, x_2, x_3) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}x_1 - \frac{1}{2}x_2, -x_3, \frac{1}{2}x_1 + \frac{\sqrt{3}}{2}x_2\right)$$

unitaran. Ukoliko je, odredite operator A^{-1}.

Zadatak 4 (20 bodova). Zadana je matrica

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -3 & 2 \\ 4 & -1 & 1 \\ 3 & 5 & x \end{bmatrix}.$$

Odredite vrijednost parametra x ako je poznato da je $\lambda = -3$ jedna svojstvena vrijednost matrice A. Nakon toga, koristeći Hamilton-Cayleyev teorem odredite njezin inverz.

Zadatak 5 (20 bodova). Koristeći Lagrangeov algoritam svedite kvadratnu formu

$$F(x) = 2x_1^2 + 8x_2^2 + 2x_3^2 + 18x_4^2 + 8x_1x_2 - 4x_1x_3 + 12x_1x_4 - 9x_2x_3 + 24x_2x_4 - 10x_3x_4$$

na kanonski oblik.