Pravila

Studenti mogu pristupiti polaganju 2 kolokvija koji pokrivaju cijelo gradivo. Svaki kolokvij piše se 120 minuta, a uspješno položeni kolokviji zamjenjuju pismeni dio ispita. Da bi uspješno položio kolokvije, student mora skupiti minimalno 40% od ukupnog broja bodova, pri čemu na svakom pojedinom kolokviju mora ostvariti barem 20 bodova. Rezultati kolokvija bit će objavljeni na web stranici kolegija.

Zadatak 1 (5). Vrijeme poluraspada cinka je 244 dana. Promatramo uzorak cinka koji ima masu $300\,mg$. Odredite jednadžbu kojom je opisana masa promatranog uzorka cinka nakon t dana.

Zadatak 2 (10). Odredite točke na krivulji u kojima su tangente paralelne s koordinatnim osima ako je krivulja zadana s $r = e^{\varphi}$.

Zadatak 3 (10). U podne brod A nalazi se $120\,km$ zapadno od broda B. Brod A plovi prema jugu brzinom $30\,km/h$, a brod B prema sjeveru brzinom $35\,km/h$. Odredite brzinu kojom se mijenja udaljenost između brodova u 17 sati.

Zadatak 4 (10). Otopinu koja sadrži $0,7\,kg$ šećera po litri ulijevamo u posudu koja sadrži $2\,l$ vode, brzinom od $1\,l$ u minuti. Otopina se potpuno izmiješa i istovremeno istječe iz posude brzinom od $1\,l$ u minuti. Odredite brzinu promjene količine šećera u otopini (izraženu preko mjere količine šećera u danom trenutku).

Zadatak 5 (15).
a) Čestica se počinje gibati iz ishodišta s početnom brzinom $\vec{v}(0) = (1, 0, 0)$. Njezino ubrzanje u trenutku t iznosi $\vec{a}(t) = (12t^2, 20t^3, 1)$. Odredite brzinu i položaj čestice u trenutku t.
b) Odredite jednadžbu normalne i oskulacijske ravnine u točki
$T_0 = (2, 1, 1/2)$ za krivulju zadanu parametrizacijom $\vec{r}$ iz dijela $a)$ zadatka.

Zadatak 6 (15). Svjetionik se nalazi na malom otoku i udaljen je $3\,km$ od najbliže točke P na ravnoj obali. Zraka svjetlosti rotira kutnom brzinom $8\pi\,rad/min$. Odredite brzinu kojom se svjetlosni snop svjetionika pomjera duž obale u trenutku kada je svjetlosni snop $1\,km$ udaljen od točke P.

Zadatak 7 (15). Odredite jednadžbu tangente na elipsu $x^2 + 4y^2 = 16$ u točki u prvom kvadrantu koja raspolavlja odsječak tangente između koordinatnih osi.

Zadatak 8 (20). Na osnovi formule za zakrivljenost krivulje parametrizirane vektorskom funkcijom, izvedite formulu za zakrivljenost krivulje zadane u polarnim koordinatama izrazom $r = r(\varphi)$.

Zadatak 9 (20). Dokažite da ako prostorna krivulja s parametrizacijom $\vec{r}$ ima svojstvo da je vektor $\vec{r}(t) - \vec{a}$ uvijek okomit na tangencijalni vektor $\vec{r}'(t)$, gdje je
$\vec{a} = (a, b, c)$ konstantan vektor, tada ta krivulja leži na sferi sa središtem u točki $P(a, b, c)$.

Zadatak 10 (20). Odredite točke P i Q na paraboli $y = 1 - x^2$ takve da je trokut $\triangle ABC$ kojeg čine x-os, tangenta na parabolu u točki P i tangenta na parabolu u točki Q jednakostraničan.