Pravila

Studenti mogu pristupiti polaganju 2 kolokvija koji pokrivaju cijelo gradivo. Svaki kolokvij piše se 120 minuta, a uspješno položeni kolokviji zamjenjuju pismeni dio ispita. Da bi uspješno položio kolokvije, student mora skupiti minimalno 40% od ukupnog broja bodova, pri čemu na svakom pojedinom kolokviju mora ostvariti barem 20 bodova. Rezultati kolokvija bit će objavljeni na web stranici kolegija.

Zadatak 1 (5). Odredite silu koja djeluje na česticu mase $2\,kg$ ako ona ima funkciju položaja $\vec{r}(t) = t^5\,\vec{i} + 2t^3\,\vec{j} - \sin^2 t\,\vec{k}$.

Zadatak 2 (10). Brzina promjene količine neke tvari koja se raspada proporcionalna je količini neraspadnute tvari, s konstantom proporcionalnosti k. Odredite u kojem trenutku T će količina neraspadnute tvari biti jednaka količini raspadnute tvari.

Zadatak 3 (10). U slastičarnici Petar Pan priprema se kolač. Slastičarka Ana ispekla je biskvit čija je temperatura 98°. Da bi se na biskvit mogla staviti krema, on se 20 minuta treba hladiti na sobnoj temperaturi od 20°. Ako znamo da je temperatura biskvita nakon sat vremena 25°, kolika je temperatura biskvita u trenutku kada Ana počinje stavljati kremu?

Zadatak 4 (10). Čovjek hoda pravocrtno po stazi brzinom $4\,m/s$. Stazu snima rotirajuća nadzorna kamera postavljena na udaljenosti $20\,m$ od staze koja je u početnom trenutku usmjerena okomito na stazu. Od trenutka kada čovjek prođe ispred kamere, ona ga počinje pratiti rotirajući se. Odredite brzinu promjene kuta otklona kamere iz početnog položaja u trenutku kada je čovjek nakon prolaska ispred kamere prešao $15\,m$.

Zadatak 5 (15). Na osnovi formule za zakrivljenost krivulje parametrizirane vektorskom funkcijom, izvedite formulu za zakrivljenost krivulje zadane u polarnim koordinatama izrazom $r = r(\varphi)$.

Zadatak 6 (15). Čestica se kreće krivuljom $y = 2\sin\dfrac{\pi x}{2}$. Prilikom prolaska kroz točku $T\left(\dfrac{1}{3}, 1\right)$, x-koordinata čestice raste brzinom $\sqrt{10}\,cm/s$. Koliko brzo se mijenja udaljenost čestice do ishodišta u tom trenutku?

Zadatak 7 (15). Primjenom diferencijalnog računa odredite jednadžbe tangenti na elipsu $x^2 + 4y^2 = 20$ koje prolaze točkom $(1, -6)$.

Zadatak 8 (20). Dokažite da se ravninske krivulje zadane u polarnim koordinatama izrazima $r = a\sin\varphi$ i $r = a\cos\varphi$, $\varphi \in [0, \frac{\pi}{3}]$, sijeku pod pravim kutom. Odredite implicitne jednadžbe ovih krivulja u kartezijevim koordinatama.

Zadatak 9 (20). Dokažite da se tangente na parabolu $y = ax^2 + bx + c$ u bilo koje dvije njezine točke, sijeku u točki čija x-koordinata raspolavlja odsječak koji spaja x-koordinate tih točaka.