

1. kolokvij iz Funkcija više varijabli
15.12.2014.
Grupa A

1. [15 bod.] Odredite i skicirajte u ravnini prirodno područje definicije funkcije

$$f(x, y) = \sqrt{x^2y + 4xy + y^3} + \arcsin \frac{x}{2}.$$

2. [10 bod.] Može li se funkcija

$$f(x, y) = \frac{x^2 + y^2 + (x - y)^2}{xy + (x - y)(x + y)}$$

dodefinirati u točki $(0, 0)$ tako da bude neprekidna na čitavom \mathbf{R}^2 ?

3. [15 bod.] Neka je $\varphi \in C^1(\mathbf{R})$ dana funkcija. Pokažite da funkcija $z(x, y) = e^y \varphi(ye^{\frac{x^2}{2y^2}})$ zadovoljava jednadžbu

$$(x^2 - y^2) \frac{\partial z}{\partial x} + xy \frac{\partial z}{\partial y} = xyz.$$

Izračunajte $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

4. [20 bod.] Na plohi $x^2 + y^2 - z^2 = 1$ nađite točke sa svojstvom da normala na plohu u toj točki bude paralelna s ravninama $5x + 2y + z = 2$ i $x + y - 3z = \log 10$. Napišite jednadžbu tangencijalne ravnine na plohu u dobivenim točkama. Nacrtati plohu!
5. [20 bod.] Od svih kvadara s jednakim volumenom V nađite onaj koji ima najmanje oplošje.
6. [20 bod.] Odredite ekstreme funkcije $u = x + y + z$ uz uvjet $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1$.

1. kolokvij iz Funkcija više varijabli
15.12.2014.
Grupa B

1. [15 bod.] Odredite i skicirajte u ravnini prirodno područje definicije funkcije

$$f(x, y) = \ln(x \ln(y - x)) + \arcsin \frac{y}{5}.$$

2. [10 bod.] Može li se funkcija

$$f(x, y) = \frac{x^2y^2 + x^4 + (x - y)^4}{x^4 + y^4 + (x^2 - y^2)(x^2 + y^2)}$$

dodefinirati u točki $(0, 0)$ tako da bude neprekidna na čitavom \mathbf{R}^2 ?

3. [15 bod.] Neka je $\varphi \in C^1(\mathbf{R})$ dana funkcija. Pokažite da funkcija $z(x, y) = xy + x\varphi(\frac{y}{x})$ zadovoljava jednadžbu

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = xy + z.$$

Izračunajte $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

4. [20 bod.] Na plohi $x^2 - y^2 + z^2 = 1$ nađite točke sa svojstvom da normala na plohu u toj točki bude paralelna s ravninama $2x + y + 3z = 1$ i $x - y + 2z = \ln 2$. Napišite jednadžbu tangencijalne ravnine na plohu u dobivenim točkama. Nacrtati plohu!
5. [20 bod.] U ravnini XOY nađite točku $M(x, y)$ tako da zbroj kvadrata udaljenosti te točke do tri pravca $x = 0$, $y = 0$ i $x - y + 1 = 0$ bude najmanji.
6. [20 bod.] Odredite ekstreme funkcije $u = xy$ uz uvjet $x^2 + y^2 = 2a^2$, gdje je $a > 0$ fiksna.