Spektar

Primjer 2.65. Odredite svojstvene vrijednosti, svojstvene vektore, svojstveni potprostor te pripadne geometrijske i algebarske kratnosti ako je dana matrica

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Zatim, odredite regularnu matricu S tako da je $S^{-1}AS$ dijagonalna matrica.
(**Rješenje.** Rješenje je detaljno dano na predavanju.)

Primjer 2.66. Možemo li prethodni postupak dijagonalizacije provesti na primjeru matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}?$$

(**Rješenje.** Ne možemo. Rješenje je detaljno dano na predavanju.)

Korolar 2.67. Neka je V kompleksan konačnodimenzionalan vektorski prostor, neka je $A \in L(V)$ te neka je

$$\sigma(A) = \{\lambda_1, \ldots, \lambda_k\}.$$

Operator A se može dijagonalizirati (tj. postoji baza od V u kojoj je matrični prikaz operatora A dijagonalna matrica) ako i samo ako su geometrijska i algebarska kratnost svih svojstvenih vrijednosti od A jednake.
(**Dokaz.** Bez dokaza.)

Napomena 2.68. Prethodna tvrnja je točna i za linearne operatore na realnom prostoru koji ispunjavaju dodatni uvjet da im se svojstveni polinom može faktorizirati u linearne faktore nad poljem $\mathbb{R}$ (detaljnije vidjeti na predavanju).

Napomena 2.69. Za dokaz sljedećeg teorema potreban nam je pojam ADJUNKTA MATRICE te smo ga na predavanju detaljno ponovili (a obradili ste ga na LA1).

Teorem 2.70. **(Hamilton-Cayley)** Neka je $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{F})$. Tada je

$$k_A(A) = 0,$$

tj. svaka matrica poništava svoj svojstveni polinom.
(**Dokaz.** Na predavanju. Za ocjenu izvrstan.)

Korolar 2.71. Neka je V konačnodimenzionalan vektorski prostor i $A \in L(V)$. Tada je

$$k_A(A) = 0.$$

(**Dokaz.** Bez dokaza, direktna posljedica prethodnog teorema.)

Propozicija 2.72. Matrica $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{F})$ je regularna ako i samo ako je

$$k_A(0) \neq 0.$$

(**Dokaz.** Bez dokaza.)

Napomena 2.73. Na predavanju pogledati i detaljno opisanu metodu za invertiranje regularnih matrica, uz pomoć Hamilton–Cayleyeva teorema, uz detaljno raspisan primjer.