

Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku
21. lipnja 2016.

Pismeni ispit iz Primjena diferencijalnog i integralnog računa II
Ak. god. 2015./2016.

Zadatak 1 (15bod) *Odredite sve kandidate za maksimalan i minimalan obujam pravokutne kutije čije je oplošje 1500 cm^2 , a čija je suma duljina svih bridova jednaka 200 cm .*

Zadatak 2 (15bod) *Izračunajte količinu naboja tijela koje se nalazi iznad xOy ravnine, a omeđeno je valjkom $x^2 + z^2 = 4$, plohom $y = x^2$ te ravninom $y = 1$. Gustoća naboja u svim točkama tijela za koje je $x < 0$ dana je funkcijom $\rho(x, y, z) = z$, a u svim ostalim točkama je dana s $\rho(x, y, z) = \frac{1}{1+x}$.*

Zadatak 3 (10bod) *Odredite rad što ga obavlja sila $\vec{F}(x, y) = x(x+y)\vec{i} + xy^2\vec{j}$ pomičući česticu iz ishodišta po x -osi do $(1, 0)$, a zatim po segmentu do $(0, 1)$ i onda opet do ishodišta po y -osi.*

Zadatak 4 (10 bodova) *Dokažite da vrijedi $\text{rot}(f \cdot \vec{F}) = f \cdot \text{rot}(\vec{F}) + (\nabla f) \times \vec{F}$, pri čemu je f proizvoljno skalarno polje $f=f(x, y, z)$, a $\vec{F} := \vec{F}(x, y, z) = P(x, y, z)\vec{i} + Q(x, y, z)\vec{j} + R(x, y, z)\vec{k}$ proizvoljno vektorsko polje.*

Zadatak 5 (15 bodova) *Izračunajte tok električnog polja $\vec{F}(x, y, z) = \sin(xyz)\vec{i} + x^2y\vec{j} + z^2e^{\frac{x}{5}}\vec{k}$ kroz vanjsku stranu dijela valjka $4y^2 + z^2 = 4$ koji se nalazi iznad xOy ravnine, a između ravnina $x = -2$ i $x = 2$.*

Zadatak 6 (10 bodova) *Zadan je kompleksni potencijal $w(z) = 2z^2 + 1$. Odredite kompleksnu brzinu $\vec{v}(z)$ te njen iznos, funkcije potencijala i toka, te skicirajte ekvipotencijalne linije i strujnice.*

Zadatak 7 (10 bodova) *Biolozi su proučavali jezero sa 400 riba i procijenili da je biološki maksimum populacije riba 10000. Broj riba se utrostručio nakon prve godine. Brzina rasta populacije riba u jezeru u trenutku t proporcionalna je broju jedinki u tom trenutku i veličini biološkog potencijala. Odredite broj jedinki populacije riba nakon t godina. Koliko dugo će trebati da populacija riba naraste do 5000?*

Zadatak 8 (15 bodova) *Izvedite jednadžbu prisilnih neprigušenih oscilacija jednodimenzionalnog harmonijskog oscilatora. Pretpostavite da je vanjska sila zadana formulom $F(t) = F \cos(\omega t)$ pri čemu je ω vlastita frekvencija sustava.*