

PISMENI ISPIT IZ ELEMENTARNE MATEMATIKE I

1. Neka su A , B , C i D proizvoljni skupovi. Ispitajte odnos skupova S i T , gdje je

$$S = (C \setminus (A \cup B)) \cap (D \cap (A \cup B)^c),$$

$$T = ((A \cup B \cup C^c \cup D^c) \cap (A \cup B \cup C \cup D))^c.$$

Sve svoje tvrdnje dokažite.

2. Zadana je tvrdnja: "Za svaka dva realna broja t i b vrijedi: ako je t veći od svakog realnog broja manjeg od b , onda je t veći od ili jednak b ."

- (a) Zapišite riječima obrat, negaciju i obrat po kontrapoziciji zadane tvrdnje.
- (b) Odredite istinitost zadane i dobivenih tvrdnji.
- (c) Zapišite zadanu tvrdnju simbolima.
- (d) Zapišite simbolima njen obrat, negaciju i obrat po kontrapoziciji.

3. Neka je \sim relacija ekvivalencije na skupu S . Dokažite da za sve $x, y \in S$ vrijedi $(x \not\sim y) \implies [x] \cap [y] = \emptyset$.

4. Neka su $f: D_f \rightarrow K_f$ i $g: D_g \rightarrow K_g$ realne funkcije realne varijable zadane s $f(x) = |\log_3(2x + 1) - 3|$ i $g(x) = 5^{2x-2} - 3$: Odredite njihove domene i slike. Odredite kompozicije $g \circ f$ i $f \circ g$ (ako postoje), te skicirajte grafove svih funkcija.

5. Odredite vrijednosti realnih parametara a i b tako da polinom $p(x) = x^5 - 3x^4 + 7x^3 - 13x^2 + ax + b$ ima jednu trostruku nultočku. Odredite sve nultočke tog polinoma.