

PISMENI ISPIT IZ ELEMENTARNE MATEMATIKE I

1. Dokažite da za sve prirodne brojeve n vrijedi da je $3^{2n+1} + 2^{n+2}$ djeljivo sa 7.
2. Vrijedi li sljedeća tvrdnja: "Ako su skupovi A i B disjunktni, onda je $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \setminus C)$ "? Svoj odgovor potkrijepite dokazom ili kontraprimjerom.
3. Neka je ρ binarna relacije na $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ definirana s

$$(a, b)\rho(c, d) \Leftrightarrow (a < c \vee (a = c \wedge b \leq d)).$$

Je li ρ relacija parcijalnog uređaja na $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$? Je li ρ relacija potpunog uređaja na $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$? Svoje tvrdnje obrazložite.

4. Dane su funkcije $f : X \rightarrow Y$ i $g : Y \rightarrow Z$. Dokažite sljedeće tvrdnje:
 - a) Ako je kompozicija $g \circ f$ surjektivna, onda je i g surjektivna. Mora li i f biti surjektivna?
 - b) Ako je kompozicija $g \circ f$ injektivna, onda je i f injektivna. Mora li i g biti injektivna?
5. Odredite sve polinome $f \in \mathbb{Z}[x]$ za koje vrijedi

$$f(x^2) + 3x^3 - 3 = x^2 f(x).$$