

PISMENI ISPIT IZ ELEMENTARNE MATEMATIKE I

1. Metodom matematičke indukcije dokažite da za sve prirodne brojeve n vrijedi

$$x^n - c^n = (x - c)(x^{n-1} + x^{n-2}c + \dots + xc^{n-2} + c^{n-1}).$$

2. Zadana je relacija ρ na skupu \mathbb{N} sa

$$a\rho b \Leftrightarrow 7|(2a + 5b).$$

Je li ρ relacija ekvivalencije? Ako je, odredite joj klase ekvivalencije.

3. Neka je $f: X \rightarrow Y$ funkcija te $C, D \subseteq Y$. Provjerite vrijedi li

$$f^{-1}(C \cup D) = f^{-1}(C) \cup f^{-1}(D).$$

4. Najveća zajednička mjera polinoma $f(x) = x^4 - 5x^3 + 9x^2 - 7x + a$ i $g(x) = x^5 - 2x^4 - 2x^3 + bx^2 + cx - 2$ je polinom trećeg stupnja koji ima jednu dvostruku cjelobrojnu nultočku i jednu jednostruku (ne nužno cjelobrojnu). Odredite koeficijente a , b i c te najveću zajedničku mjeru tih polinoma.

5. Odredite sve normirane polinome f takve da je:

$$x^2 f(x) + 2 = f(x^2) + 2x^3.$$