

PISMENI ISPIT IZ ELEMENTARNE MATEMATIKE I

1. Dokažite da za svaki prirodni broj $n > 2$ vrijedi $(n + 1)^n < n^{n+1}$.
2. Na skupu $X = \{(m, n) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid n \neq 0\}$ definirana je relacija ρ s

$$(m_1, n_1)\rho(m_2, n_2) \iff m_1n_2 = n_1m_2.$$

Provjerite je li ρ relacija ekvivalencije. Ako je, odredite barem dva elementa koji pripadaju klasi elementa $(1, 2)$.

3. Koristeći definiciju konveksnosti i konkavnosti, dokažite da funkcija $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3$ ima točno jednu točku infleksije.
4. Odredite kompleksne korijene s cjelobrojnim realnim i imaginarnim dijelom algebarske jednadžbe

$$x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x + 2 = 0.$$

5. Odredite polinom $f(x)$ trećeg stupnja koji ima svojstvo da je $f(x) + 1$ djeljiv s $(x - 1)^2$, a $f(x) - 1$ djeljiv s $(x + 1)^2$.