

PISMENI ISPIT IZ ELEMENTARNE MATEMATIKE I

1. Funkcija $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ definirana je s $f(z) = (a + bi)z$, gdje su a i b pozitivni realni brojevi. Ako je za svaki $z \in \mathbb{C}$ točka $f(z)$ jednako udaljena od z i ishodišta kompleksne ravnine i ako vrijedi $|a + bi| = 8$, odredite a i b .

2. Dokažite da je za svaki prirodni broj a broj

$$a^{12} + a^{12^2} + a^{12^3} + \cdots + a^{12^{13}}$$

djeljiv s 13.

3. Ispitajte odnos medu skupovima $(A \Delta B) \setminus C$ i $A \Delta (B \setminus C)$. Dokažite inkluziju koja vrijedi, a za inkluziju koja ne vrijedi nađite protuprimjer.

4. U jednadžbi $x^3 + ax^2 + 4x + b = 0$ odredite a i b uz uvjet da je jedno rješenje 2, a razlika preostalih dvaju rješenja jednaka 2.

5. Odredite koeficijent a tako da polinom $f(x) = x^n - ax^{n-1} + ax - 1$ bude djeljiv s $g(x) = (x - 1)^2$.