Pravila

Kolokvij se piše 120 minuta. Pored zadataka je dan broj bodova koje nose. Obavijest o rezultatima bit će objavljena na web stranici kolegija.
Napomena. Sve svoje tvrdnje obrazložite.

Zadatak 1 (10). Negirajte sud

$$(\rceil A \vee \rceil B \vee C) \wedge (B \vee C) \wedge A$$

te ge pojednostavnite. Odredite tablicu istinitosti početnog suda.

Zadatak 2 (15). Dan je sljedeći sud: Za svaki cijeli broj koji je djeljiv s 2 i s 3 vrijedi da je kvadrat tog broja djeljiv s 12.

(a) Zapišite dani sud formulom.

(b) Dokažite dani sud koristeći se dokazivanjem svođenjem na kontradikciju.

(c) Napišite negaciju toga suda.

Zadatak 3 (25). Neka su

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \frac{2x-5}{x+7} \leq 0\}, \quad B = \{x \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N} : 6 \leq |3x+5| \leq 16\},$$
$$C = \{x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 = 0\}.$$

(a) Odredite elemente skupova $S_1 = A \cap B \cap C$, $S_2 = B \setminus A$, $S_3 = \mathcal{P}(B)$ i $S_4 = \mathcal{P}(\mathcal{P}(C))$.

(b) Skicirajte skupove $B \times A$ i B^2 .

(c) Dana je funkcija $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$, $f(x) = 2x - 1$. Odredite sliku i prasliku skupa B obzirom na f.

Zadatak 4 (15). Neka su A, B i C podskupovi univerzalnog skupa U. Dokažite da vrijedi:

$$(A \cap B) \subseteq C \text{ ako i samo ako } A \subseteq (B^c \cup C).$$

Zadatak 5 (15). Na skupu cijelih brojeva zadana je relacija ρ na sljedeći način:

$$a\rho b \Leftrightarrow (a > 0 \wedge b \leq 0) \vee (a > 0 \wedge a = b) \vee (a \leq 0 \wedge b \leq 0).$$

Ispitajte je li relacija ρ refleksivna, simetrična, tranzitivna, antisimetrična. Svoje odgovore obrazložite.

Zadatak 6 (20). Neka je dan skup $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Definiramo relaciju na $\mathcal{P}(S)$ s $A\rho B$ ako i samo ako A^C i B^C imaju isti broj elemenata. Provjerite je li ρ relacija ekvivalencije te ukoliko je, odredite pripadne klase ekvivalencije i particiju skupa $\mathcal{P}(S)$ određenu relacijom ρ .