

DRUGI KOLOKVIJ IZ ELEMENTARNE MATEMATIKE

1. (20) Dokažite da za svaki $n \in \mathbb{N}$ vrijedi

$$\sum_{m=1}^{n+1} m \cdot 2^{n-m+1} = 2^{n+2} - n - 3.$$

2. (10+15)

- a) Odredite sve kompleksne brojeve z koji zadovoljavaju

$$\left| \frac{z-4}{z-8} \right| = 1, \quad \arg z = \frac{3\pi}{4}.$$

- b) Odredite i skicirajte skup

$$\{z \in \mathbb{C} : |z-i| \leq 1, \operatorname{Im}((1+i)z) \leq 1\}.$$

3. (15) Ostatak pri dijeljenju polinoma f polinomom $(x+2)$ je 2, a polinomom $(x+3)$ je 0. Odredite koliki je ostatak pri dijeljenju polinoma f polinomom $g(x) = x^2 + 5x + 6$.
4. (15) Primjenom Hornerovog algoritma odredite koeficijente A, B, C, D, E u rastavu

$$\frac{x^4 - 2x^3 + 3}{(x+1)^5} = \frac{A}{(x+1)^5} + \frac{B}{(x+1)^4} + \frac{C}{(x+1)^3} + \frac{D}{(x+1)^2} + \frac{E}{(x+1)}.$$

5. (10+15) Riješite sljedeće jednačbe

- a) $x^4 + 2x^3 + 5x^2 + 8x + 4 = 0$.
b) $2x^5 - x^4 - 4x^3 - 4x^2 - x + 2 = 0$.

DRUGI KOLOKVIJ IZ ELEMENTARNE MATEMATIKE

1. (20) Dokažite da za svaki $n \in \mathbb{N}$ vrijedi

$$\sum_{m=1}^{n+1} m \cdot 2^{n-m+1} = 2^{n+2} - n - 3.$$

2. (10+15)

- a) Odredite sve kompleksne brojeve z koji zadovoljavaju

$$\left| \frac{z+3}{z-2} \right| = 1, \quad \arg z = \frac{\pi}{4}.$$

- b) Odredite i skicirajte skup

$$\{z \in \mathbb{C} : |z+i| \leq 2, \operatorname{Re}((1+i)z) \leq 1\}.$$

3. (15) Ostatak pri dijeljenju polinoma f polinomom $(x-1)$ je 1, a polinomom $(x+2)$ je 0. Odredite koliki je ostatak pri dijeljenju polinoma f polinomom $g(x) = x^2 + x - 2$.
4. (15) Primjenom Hornerovog algoritma odredite koeficijente A, B, C, D, E u rastavu

$$\frac{x^4 + 2x^3 + x^2 - x + 1}{(x-1)^5} = \frac{A}{(x-1)^5} + \frac{B}{(x-1)^4} + \frac{C}{(x-1)^3} + \frac{D}{(x-1)^2} + \frac{E}{(x-1)}.$$

5. (10+15) Riješite sljedeće jednačbe

a) $x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 8x + 4 = 0$.

b) $4x^5 + 12x^4 + 11x^3 + 11x^2 + 12x + 4 = 0$.