



### Pravila

Kolokvij se piše 120 minuta. Pored zadataka dan je broj bodova koje nose. Obavijest o rezultatima bit će objavljena na web stranici kolegija.

**Napomena.** Sve svoje tvrdnje obrazložite.

---

**Zadatak 1 (20).** Dokažite da za svaki prirodan broj  $n$  vrijedi jednakost

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + (n+1)^3 = \left( \frac{(n+1)(n+2)}{2} \right)^2.$$

**Zadatak 2 (15+10).** a) Odredite sve  $z \in \mathbb{C}$  za koje vrijedi

$$(3 - i)z^3 = -4 + 8i.$$

b) Odredite i skicirajte skup

$$\{z \in \mathbb{C} : 0 \leq \operatorname{Im}(-2z) + \operatorname{Re}(-\bar{z}) \leq 1\}.$$

**Zadatak 3 (15).** Odredite najveću zajedničku mjeru polinoma  $f$  i  $g$  te njihove zajedničke nultočke ako je

$$\begin{aligned} f(x) &= x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1 \\ g(x) &= x^3 - 2x^2 + x - 2. \end{aligned}$$

**Zadatak 4 (15).** Odredite  $a, b \in \mathbb{R}$  tako da polinom  $p(x) = x^3 + 2x^2 - ax + b$  pri dijeljenju s  $g_1(x) = x - 2$  daje ostatak 2, a pri dijeljenju s  $g_2(x) = x + 1$  ostatak 3.

**Zadatak 5 (10+15).** Riješite sljedeće jednačbe:

a)  $2x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 3x + 1 = 0$

b)  $4x^5 + 12x^4 + 11x^3 + 11x^2 + 12x + 4 = 0$