Pravila

Pismeni ispit se piše 120 minuta te se predaje s radnim listom i papirom sa zadacima. Ispit nosi 100 bodova. Nije dozvoljena upotreba kalkulatora. Sve tvrdnje je potrebno obrazloziti i precizno iskazati te, ukoliko koristite tvrdnje pokazane na vjezbama i/ili predavanjima, navesti na koje tvrdnje se pozivate.

Zadatak 1 (20). Neka je točka A_1 presjek pravca $p_1 \ldots \begin{array}{l} x = 1 + \lambda \\ y = -\lambda \\ z = -1 + \lambda \end{array}$ i ravnine

$$M_1 \ldots x + 2y - z + 2 = 0$$

te A_2 točka na pravcu p_1 koja je od ravnine M_1 udaljena za $\frac{2\sqrt{6}}{3}$. Odredite jednadžbu ravnine M koja prolazi kroz ishodište a okomita je na ravninu M_1 i na pravac koji sadrži točke A_1 i A_2.

Zadatak 2 (20). Neka je $n \in \mathbb{N}, n \geq 3$, n neparan. Ispitajte je li skup

$$L = \{(z_1, z_2, \ldots, z_n) \in \mathbb{C}^n : z_{i+1} = -\overline{z_i},\ i = 1, \ldots, n-1\}$$

realan vektorski prostor. Ako je, odredite bazu i dimenziju od L te bazu i dimenziju nekog direktnog komplementa prostora L u realnom vektorskom prostoru $\mathbb{C}^n$.

Zadatak 3 (20). Dokažite da je operator $S : M_2(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R})$ dan s

$$S(A) = A \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

linearan operator. Odredite jezgru i sliku od S te rang i defekt od S.

Zadatak 4 (20). Odredite Jordanovu formu matrice A i minimalni polinom od A za

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Postoji li $\alpha \in \mathbb{R}$ takav da vrijedi $e^{\alpha A^2} = \cos A$?

Zadatak 5 (20). Na unitarnom prostoru R^3 zadan je operator

$$A(x_1, x_2, x_3) = (\frac{3}{5}x_1 - \frac{4}{5}x_3, \frac{4}{5}x_1 + \frac{3}{5}x_3, x_2).$$

Provjerite je li operator A unitaran i odredite A^{-1} te $A^*(1, 2, 3)$.