Drugi kolokvij - A

13.6.2019.

Pravila

Kolokvij se piše 120 minuta te se predaje s radnim listom i papirom sa zadacima. Kolokvij nosi 100 bodova. Nije dozvoljena upotreba kalkulatora. Sve tvrdnje je potrebno obrazložiti i precizno iskazati te, ukoliko koristite tvrdnje pokazane na vježbama i/ili predavanjima, navesti na koje tvrdnje se pozivate.

Zadatak 1 (15+5). a) Neka je dan linearni operator $A \in L(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3)$ kojemu u paru kanonskih baza pripada matrica

$$[A]_e^f = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

Odredite $[A]_{e'}^{f'}$ ako je $e_1' = (1,1)$, $e_2' = (1,0)$, $f_1' = (1,1,0)$, $f_2' = (1,1,1)$, $f_3' = (1,0,1)$.

b) Odredite $[Ax]^f$ i $[Ax]^{f'}$ za $x = (2,3)$.

Zadatak 2 (15). Odredite ortonormiranu bazu za $U^\perp$ ako je $U \leq \mathbb{R}^4$, $U = [(1,-1,1,1)]$.

Zadatak 3 (15+10+15). a) Odredite svojstveni polinom, svojstvene vrijednosti i svojstvene vektore matrice

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Može li se matrica A dijagonalizirati? (Obrazložite odgovor!)

b) Odredite Jordanovu formu matrice A i minimalni polinom od A.

c) Odredite parametar α takav da vrijedi $\sin A = A(I + \alpha A)$.

Zadatak 4 (10+10+5). Neka je $\mathcal{P}_1$ realan vektorski prostor svih polinoma stupnja manjeg ili jednakog 1.

a) Provjerite je li sljedeće preslikavanje skalarni produkt na $\mathcal{P}_1$

$$\langle p, q \rangle = p(0)q(0) + p(1)q(1), \quad p, q \in \mathcal{P}_1.$$

b) Neka je $A\colon \mathcal{P}_1 \to \mathcal{P}_1$ linearan operator zadan s

$$Ap(t) = 2p(t) - p'(t).$$

Odredite matricu operatora A^* u bazi $\{1, t\}$ te $A^* p(t)$ za $p(t) = 3t + 4$.

c) Provjerite je li A normalan operator.