

**PRVI KOLOKVIJ IZ ELEMENTARNE MATEMATIKE I**

1. [15 bodova] Izrazite konjunkciju, ekskluzivnu disjunkciju i Lukasiewiczovu operaciju sudova  $A$  i  $B$  pomoću negacije i implikacije tih dvaju sudova.

2. [10 bodova] Formulu

$$(\forall x \in \mathbf{R})(\forall y \in \mathbf{R})(x \cdot y = 0 \Rightarrow (x = 0 \vee y = 0))$$

zapišite riječima, odredite njenu semantičku vrijednost i negaciju dane formule.

3. [30 bodova] Neka su skupovi  $A$ ,  $B$  i  $C$  dani s

$$A = \{x \in \mathbb{Z} : 3 \leq |2x + 5| \leq 9\}, \quad B = \{x \in \mathbb{N} : 2x^2 - 7x - 15 < 0\},$$
$$C = \{x \in \mathbb{R} : \frac{2-x}{x+3} \geq 0\}$$

i neka je  $\mathcal{U} = \mathbb{R}$ .

(i) Odredite elemente skupova  $S_1 = A \cap B \cap C$ ,  $S_2 = A \cup B \cup C$ ,  $S_3 = A \setminus B^C$  i  $S_4 = \mathcal{P}(B)$ .

(ii) Skicirajte skupove  $B \times C$  i  $B^2$ .

(iii) Dana je funkcija  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x^2 - 1$ . Odredite prasluku skupa  $B$ .

4. [15 bodova] Dokažite da je za svaki prirodni broj  $n$  broj  $6^{2n} + 10 \cdot 3^n$  djeljiv s 33.

5. [15 bodova] Odredite najmanji prirodni broj  $n$  za koji vrijedi

$$\left( \frac{\sqrt{3} - i}{\sqrt{3} + i} \right)^{n+2} = 1.$$

6. [15 bodova] Odredite skupove  $D$  i  $K$  tako da funkcija  $f : D \rightarrow K$  definirana formulom  $f(x) = \frac{5}{e - e^{-x}}$  bude bijekcija, a zatim odredite inverznu funkciju.

**Napomena.** Sve svoje tvrdnje obrazložite.

PRVI KOLOKVIJ IZ ELEMENTARNE MATEMATIKE I

1. [15 bodova] Izrazite disjunkciju, ekvivalenciju i Shefferovu operaciju sudova  $A$  i  $B$  pomoću negacije i implikacije tih dvaju sudova.

2. [10 bodova] Formulu

$$(\forall x \in \mathbf{N})(\exists y \in \mathbf{N})(x < y \vee x = y)$$

zapišite riječima, odredite njenu semantičku vrijednost i negaciju dane formule.

3. [30 bodova] Neka su skupovi  $A$ ,  $B$  i  $C$  dani s

$$A = \{x \in \mathbf{N} : 1 \leq |2x - 5| \leq 7\}, \quad B = \{x \in \mathbf{Z} : -2x^2 + 3x + 20 > 0\}, \\ C = \{x \in \mathbf{R} : \frac{x + 5}{4 - x} \geq 0\}$$

i neka je  $\mathcal{U} = \mathbf{R}$ .

(i) Odredite elemente skupova  $S_1 = A \cap B \cap C$ ,  $S_2 = A \cup B \cup C$ ,  $S_3 = C^C$  i  $S_4 = \mathcal{P}(B \setminus A)$ .

(ii) Skicirajte skupove  $C \times A$  i  $A^2$ .

(iii) Dana je funkcija  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = 2x^2 + 1$ . Odredite prasluku skupa  $A$ .

4. [15 bodova] Dokažite da je za svaki prirodni broj  $n$  broj  $4^{n+1} + 15n + 14$  djeljiv s 9.

5. [15 bodova] Odredite najmanji prirodni broj  $n$  za koji vrijedi

$$\left( \frac{\sqrt{3} + i}{\sqrt{3} - i} \right)^{n+1} = 1.$$

6. [15 bodova] Odredite skupove  $D$  i  $K$  tako da funkcija  $f : D \rightarrow K$  definirana formulom  $f(x) = \frac{7}{e + e^{-x}}$  bude bijekcija, a zatim odredite inverznu funkciju.

**Napomena.** Sve svoje tvrdnje obrazložite.