

2. kontrolna zadaća iz Matematike I

Ak. god. 2014./2015.

Zadatak 1 [3 bod.] *Dopunite tvrdnju:*

Neka $D, K \subseteq \mathbb{R}$. Za funkciju $f : D \rightarrow K$ kažemo da je _____ ako vrijedi $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$ za svake $x_1, x_2 \in D$.

Zadatak 2 [20 bod.] *Precizno iskažite definiciju limesa niza realnih brojeva. Navedite jedan primjer niza koji je konvergentan i jedan primjer niza koji je divergentan.*

Zadatak 3 [7 bod.] *Objasnite što znači da neka funkcija ima uklonjiv prekid u nekoj točki svoje domene. Navedite primjer takve funkcije uz objašnjenje u kojoj točki ima uklonjiv prekid i zašto.*

Zadatak 4 [15 bod.] *Odredite sumu prvih 10 članova aritmetičkog niza za koji vrijedi:*

$$a_1 + a_7 = 28, \quad a_6 - a_3 = 12.$$

Zadatak 5 [25 bod.]

a) *Provjerite je li funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zadana formulom $f(x) = x^2 - 1$ bijekcija.*

b) *Odredite domenu funkcije $f(x) = \sqrt{-x+3} + \ln(x^2 - 9)$.*

c) *Skicirajte graf funkcije $f(x) = 2 \sin(x - \frac{\pi}{2})$ i odredite njezin period, ekstreme te ispitajte parnost, odn. neparnost.*

Zadatak 6 [20 bod.] *Odredite limese nizova:*

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^2 - \sqrt{4n^4 + 2n^3}}{\sqrt{25n^4 + n^2} + 4} \quad b) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot 7^n - 3 \cdot 8^{n+1}}{5 - 4 \cdot 8^n} \quad c) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n+1}{5n-6} \right)^{10n+3}.$$

Zadatak 7 [20 bod.] *Odredite limese funkcija:*

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 4x}{\sin 7x} \quad b) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{x^2+3x+2} \quad c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{7x} - 1}{4x}.$$

Zadatak 8 [20 bod.] *Odredite realan parametar a tako da funkcija*

$$f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x}} & , x < 0 \\ -4x + 2a & , x \geq 0 \end{cases}$$

bude neprekidna na cijeloj svojoj domeni.

2. kontrolna zadaća iz Matematike I

Ak. god. 2014./2015.

Zadatak 1 [3 bod.] *Dopunite tvrdnju:*

Neka $D, K \subseteq \mathbb{R}$. Za funkciju $f : D \rightarrow K$ kažemo da je _____ ako vrijedi da za svaki $y \in K$ postoji jedinstveni $x \in D$ tako da $f(x) = y$.

Zadatak 2 [20 bod.] *Precizno iskažite definiciju limesa niza realnih brojeva. Navedite jedan primjer niza koji je konvergentan i jedan primjer niza koji je divergentan.*

Zadatak 3 [7 bod.] *Objasnite što znači da neka funkcija ima prekid prve vrste u nekoj točki svoje domene. Navedite primjer takve funkcije uz objašnjenje u kojoj točki ima prekid prve vrste i zašto.*

Zadatak 4 [15 bod.] *Odredite opći član geometrijskog niza za koji vrijedi:*

$$a_2 + a_4 = 54, \quad a_3 + a_5 = 162.$$

Zadatak 5 [25 bod.]

a) *Provjerite je li funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zadana formulom $f(x) = 4x - 6$ injekcija.*

b) *Odredite domenu funkcije $f(x) = \sqrt{-x^2 + 16} + \ln(x - 2)$.*

c) *Skicirajte graf funkcije $f(x) = |2 - \ln x|$ te joj odredite sliku, nultočke i intervale konveksnosti i konkavnosti.*

Zadatak 6 [20 bod.] *Odredite limese nizova:*

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^6 - n} + 2n^3}{\sqrt{9n^6 - 5n^4} + 2 + n^2} \quad b) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-4 \cdot 2^{n-1} + 13 \cdot 13^n}{13^{n+1} + 2 \cdot 2^n} \quad c) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3 - 4}{n^3 + 5} \right)^{n^3+2}.$$

Zadatak 7 [20 bod.] *Odredite limese funkcija:*

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\operatorname{tg} 7x} \quad b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1} \quad c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{4x}.$$

Zadatak 8 [20 bod.] *Ispitajte neprekidnost funkcije:*

$$f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x-4}} & , x < 4 \\ \frac{x+2}{3} & , x \geq 4 \end{cases}.$$

2. kontrolna zadaća iz Matematike I

Ak. god. 2014./2015.

Zadatak 1 [3 bod.] *Dopunite tvrdnju:*

Neka $D, K \subseteq \mathbb{R}$. Za funkciju $f : D \rightarrow K$ kažemo da je _____ ako $f(-x) = -f(x)$ za svaki $x \in D$.

Zadatak 2 [20 bod.] *Precizno iskažite definiciju limesa niza realnih brojeva. Navedite jedan primjer niza koji je konvergentan i jedan primjer niza koji je divergentan.*

Zadatak 3 [7 bod.] *Objasnite što znači da neka funkcija ima prekid druge vrste u nekoj točki svoje domene. Navedite primjer takve funkcije uz objašnjenje u kojoj točki ima prekid druge vrste i zašto.*

Zadatak 4 [15 bod.] *Odredite opći član aritmetičkog niza za koji vrijedi:*

$$a_2 + a_3 = 33, \quad a_8 - a_4 = 20.$$

Zadatak 5 [25 bod.]

a) *Provjerite je li funkcija $f : \mathbb{R} \setminus \{3\} \rightarrow \mathbb{R}$ zadana formulom $f(x) = \frac{1}{x-3}$ surjekcija.*

b) *Odredite domenu funkcije $f(x) = \sqrt{x^2 - 36} + \ln(-x + 4)$.*

c) *Skicirajte graf funkcije $f(x) = -2 + \sin(2x)$ i odredite njezin temeljni period, ekstreme te ispitajte parnost, odn. neparnost.*

Zadatak 6 [20 bod.] *Odredite limese nizova:*

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n^8 - 4n^5} + n^4}{8 - \sqrt{9n^8 - 5n^6}} \quad b) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot 3^{n-1} + 4 \cdot 5^n}{3^{n+1} + 4 \cdot 5^{n+1}} \quad c) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^4 - 5}{2n^4 + 1} \right)^{5n^4 + 5}.$$

Zadatak 7 [20 bod.] *Odredite limese funkcija:*

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\operatorname{tg} 7x} \quad b) \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x + 4}{x^2 + x - 12} \quad c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - 1}{2x}.$$

Zadatak 8 [20 bod.] *Odredite realan parametar b tako da funkcija*

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x - 3} & , x < 3 \\ 2b + x & , x \geq 3 \end{cases}$$

bude neprekidna na cijeloj svojoj domeni.