Prehrambeno - Tehnološki fakultet Osijek, Sveučilište J.J. Strossmayera u Osijeku
14. studenog 2015.

1. kontrolna zadaća iz Matematike I
Ak. god. 2015./2016.

Zadatak 1 [10 bod.]
a) Objasnite pojam supremuma i pojam maksimuma nekog skupa, a zatim navedite primjer skupa koji ima maksimum te primjer nekog skupa koji ima supremum, ali nema maksimum.
b) Je li skup $S = \{4\} \cup \langle -\infty, 2\rangle$ omeđen? Svoju tvrdnju detaljno obrazložite.

Zadatak 2 [10 bod.]
a) Kako dijelimo kompleksne brojeve prikazane u trigonometrijskom obliku? Pokažite to na primjeru kompleksnih brojeva $z_1 = 1 + i$ i $z_2 = 1 - i$.
b) Kada kažemo da su dva kompleksna broja $z_1 = r_1(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1)$ i $z_2 = r_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2)$ jednaka?

Zadatak 3 [10 bod.] *Definirajte apsolutnu vrijednost realnog broja i navedite barem tri njena svojstva.*

Zadatak 4 [20 bod.] *Zadan je skup*

$$D = \left\{ \frac{8n+40}{4n+3} \,|\, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Odredite mu infimum, supremum, odnosno, minimum i maksimum (ukoliko postoje).

Zadatak 5 [20 bod.] *U skupu realnih brojeva riješite nejednadžbu*

$$|2x-4| - 5x < |x+2|.$$

Zadatak 6 [20 bod.] *Metodom matematičke indukcije pokažite da za svaki $n \in \mathbb{N}$ vrijedi tvrdnja*

$$8 \,|\, 3^{2n+2} - 8n - 9.$$

Zadatak 7 [20 bod.]
a) U skupu kompleksnih brojeva riješite jednadžbu: $z^3 + \sqrt{2} - i\sqrt{2} = 0$.

b) Skicirajte u Gaussovoj ravnini skup $\left\{ z \in \mathbb{C} : 1 < |z - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i| < 3 \right\}$.

Zadatak 8 [20 bod.] *Odredite koeficijent uz x^3 u izrazu $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{2}{x}\right)^{21}$.*

Prehrambeno - Tehnološki fakultet Osijek, Sveučilište J.J. Strossmayera u Osijeku
14. studenog 2015.

1. kontrolna zadaća iz Matematike I
Ak. god. 2015./2016.

Zadatak 1 [10 bod.]
a) Objasnite pojam infimuma i pojam minimuma nekog skupa, a zatim navedite primjer skupa koji ima minimum te primjer nekog skupa koji ima infimum, ali nema minimum.
b) Je li skup $S = \{-3\} \cup \langle 2, +\infty \rangle$ omeđen? Svoju tvrdnju detaljno obrazložite.

Zadatak 2 [10 bod.]
a) Napišite postupak kojim kompleksan broj z zapisan u algebarskom obliku $z = a + bi$ prebacujemo u trigonometrijski oblik. Kako će izgledati trigonometrijski oblik kompleksnog broja $z = -i$? Prikažite ga u Gaussovoj ravnini.
b) Napišite De Moivreovu formulu za računanje n-te potencije kompleksnog broja $z = r(\cos\varphi + i \sin\varphi)$.

Zadatak 3 [10 bod.] *Objasnite postupak dokazivanja neke tvrdnje metodom matematičke indukcije.*

Zadatak 4 [20 bod.] *Zadan je skup*

$$A = \left\{ \frac{9n+10}{3n-2} \,|\, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Odredite mu infimum, supremum, odnosno, minimum i maksimum (ukoliko postoje).

Zadatak 5 [20 bod.] *U skupu realnih brojeva riješite nejednadžbu:*

$$|3x - 9| + |x + 4| \geq 3x.$$

Zadatak 6 [20 bod.] *Metodom matematičke indukcije pokažite da za svaki $n \in \mathbb{N}$ vrijedi:*

$$5^n > 4n.$$

Zadatak 7 [20 bod.]
a) U skupu kompleksnih brojeva riješite jednadžbu: $z^4 - i = 0$.

b) Skicirajte u Gaussovoj ravnini skup $\{z \in \mathbb{C} : Im(z) > -2Re(z) + 2\}$.

Zadatak 8 [20 bod.] *Odredite koeficijent uz x^{-4} u izrazu $\left(\frac{1}{2x^2} - \sqrt[4]{x}\right)^{20}$.*

Prehrambeno - Tehnološki fakultet Osijek, Sveučilište J.J. Strossmayera u Osijeku
14. studenog 2015.

1. kontrolna zadaća iz Matematike I
Ak. god. 2015./2016.

Zadatak 1 [10 bod.]
a) Objasnite pojam omeđenosti nekog skupa, a zatim navedite primjer nekog skupa koji je omeđen i primjer nekog skupa koji nije omeđen.
b) Je li skup $\{2\} \cup \langle -3, 1\rangle$ *omeđen? Svoju tvrdnju detaljno obrazložite.*

Zadatak 2 [10 bod.]
a) Objasnite što je modul, a što argument kompleksnog broja. Odredite skup svih mogućih vrijednosti koje može imati modul, odnosno argument proizvoljnog kompleksnog broja.
Kako množimo dva kompleksna broja ako im poznajemo module i argumente?
b) Napišite De Moivreovu formulu za računanje n*-tog kompleksnog korijena broja* $w = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ *i objasnite geometrijsko značenje dobivenih rješenja.*

Zadatak 3 [10 bod.] *Napišite binomnu formulu, a zatim pomoću nje raspišite* $(x+1)^5$.

Zadatak 4 [20 bod.] *Zadan je skup*

$$B = \left\{ \frac{14n+2}{7n-2} \,|\, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Odredite mu infimum, supremum, odnosno, minimum i maksimum (ukoliko postoje).

Zadatak 5 [20 bod.] *U skupu realnih brojeva riješite nejednadžbu:*

$$5 + |x+6| > |5x - 10|.$$

Zadatak 6 [20 bod.] *Metodom matematičke indukcije pokažite da za svaki* $n \in \mathbb{N}$ *vrijedi:*

$$1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + ... + n \cdot (n+1) \cdot (n+2) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}.$$

Zadatak 7 [20 bod.]
a) U skupu kompleksnih brojeva riješite jednadžbu: $z^3 = \dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2}i$.

b) Skicirajte u Gaussovoj ravnini skup $\{z \in \mathbb{C} : 1 \leq |z + 1 - 2i| < 3\}$.

Zadatak 8 [20 bod.] *Odredite koeficijent uz* x^{37} *u izrazu* $\left(\frac{1}{\sqrt[5]{x}} - 5x^4\right)^{25}$.