

2. kontrolna zadaća iz Matematike I

Ak. god. 2015./2016.

Zadatak 1 [3 bod.] *Neka je $D, K \subseteq \mathbb{R}$. Kada kažemo da je funkcija $f : D \rightarrow K$ surjekcija? Navedite primjer takve funkcije pazeći da joj navedete domenu, kodomenu i pravilo pridruživanja.*

Zadatak 2 [20 bod.] *Precizno iskažite definiciju limesa niza realnih brojeva. Navedite jedan primjer niza koji je konvergentan i jedan primjer niza koji je divergentan.*

Zadatak 3 [7 bod.] *Objasnite što znači da neka funkcija ima uklonjiv prekid u nekoj točki svoje domene. Navedite primjer takve funkcije uz objašnjenje u kojoj točki ima uklonjiv prekid i zašto.*

Zadatak 4 [20 bod.] *Odredite broj članova n aritmetičkog niza ako vrijedi:*

$$a_1 = 5, a_{10} = 95, S_n = 720.$$

Zadatak 5 [10 bod.] *Ispitajte parnost, odnosno, neparnost funkcije $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zadane formulom*

$$f(x) = 3x^7 + \sqrt[3]{x} + \sin x.$$

Zadatak 6 [30 bod.]

a) *Koristeći horizontalni test provjerite je li funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zadana formulom $f(x) = x^2 - 4$ bijekcija. Obrazložite!*

b) *Odredite domenu funkcije $f(x) = \sin x + \frac{\ln(-x+5)}{\sqrt{-x^2+36}}$.*

c) *Skicirajte graf funkcije $f(x) = |5 - (\frac{1}{2})^x|$ i odredite njezine ekstreme te intervale monotonosti.*

Zadatak 7 [20 bod.] *Odredite limese nizova:*

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 - \sqrt{9n^6 - n^5 + 2n^4}}{\sqrt{-5n^5 + 12n^3 + 4} - 2n^3}$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 11^n + 5 \cdot 3^{n+1}}{4 \cdot 3^{n-1} - 5 \cdot 11^{n+1}}$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n^7 + 8}{4n^7 - 4} \right)^{16n^7}$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{9n^2 + 3n - 5} - \sqrt{9n^2 + 2n - 4} \right).$

Zadatak 8 [20 bod.] *Odredite limese funkcija:*

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 7x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{7x} - 1}{\cos 2x}$

c) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x - 7}{x^2 - 5x - 14}$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\ln(x+1) - \ln(x+5)).$

2. kontrolna zadaća iz Matematike I

Ak. god. 2015./2016.

Zadatak 1 [3 bod.] *Neka je $D, K \subseteq \mathbb{R}$. Kada kažemo da je funkcija $f : D \rightarrow K$ bijekcija? Navedite primjer takve funkcije pazeći da joj navedete domenu, kodomenu i pravilo pridruživanja.*

Zadatak 2 [20 bod.] *Precizno iskažite definiciju limesa niza realnih brojeva. Navedite jedan primjer niza koji je konvergentan i jedan primjer niza koji je divergentan.*

Zadatak 3 [7 bod.] *Objasnite što znači da neka funkcija ima prekid prve vrste u nekoj točki svoje domene. Navedite primjer takve funkcije uz objašnjenje u kojoj točki ima prekid prve vrste i zašto.*

Zadatak 4 [20 bod.] *Odredite broj članova n geometrijskog niza ako vrijedi:*

$$a_1 = 3, a_5 = 48, S_n = 45.$$

Zadatak 5 [10 bod.] *Ispitajte parnost, odnosno, neparnost funkcije $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zadane formulom*

$$f(x) = 4x^{20} + |x| + \cos x.$$

Zadatak 6 [30 bod.]

a) *Koristeći horizontalni test provjerite je li funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zadana formulom $f(x) = x + 8$ bijekcija. Obrazložite!*

b) *Odredite domenu funkcije $f(x) = \cos x + \frac{\ln(x^2 - 4)}{\sqrt{x - 5}}$.*

c) *Skicirajte graf funkcije $f(x) = |4 - \ln x|$ te joj odredite sliku i intervale konveksnosti i konkavnosti.*

Zadatak 7 [20 bod.] *Odredite limese nizova:*

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^8 - n^7 + 12n^4} + 9n^2}{\sqrt{11n^6 + 3n^2 - 6} - 5n^4}$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot 4^{n+1} - 7 \cdot 5^{n-1}}{14 \cdot 5^{n+1} - 3 \cdot 4^{n-1}}$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n^5 - 6}{5n^5 + 8} \right)^{10n^5 - 8}$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 - 5n + 8} - \sqrt{n^2 + 4n - 6} \right).$

Zadatak 8 [20 bod.] *Odredite limese funkcija:*

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{\sin 8x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{12x} - 1}{\cos 4x}$

c) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 3x - 10}{x + 2}$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\ln(2x + 1) - \ln(4x + 5)).$

2. kontrolna zadaća iz Matematike I

Ak. god. 2015./2016.

Zadatak 1 [3 bod.] *Neka je $D, K \subseteq \mathbb{R}$. Kada kažemo da je funkcija $f : D \rightarrow K$ injekcija? Navedite primjer takve funkcije pazeći da joj navedete domenu, kodomenu i pravilo pridruživanja.*

Zadatak 2 [20 bod.] *Precizno iskažite definiciju limesa niza realnih brojeva. Navedite jedan primjer niza koji je konvergentan i jedan primjer niza koji je divergentan.*

Zadatak 3 [7 bod.] *Objasnite što znači da neka funkcija ima prekid druge vrste u nekoj točki svoje domene. Navedite primjer takve funkcije uz objašnjenje u kojoj točki ima prekid druge vrste i zašto.*

Zadatak 4 [20 bod.] *Odredite broj članova n aritmetičkog niza ako vrijedi:*

$$a_1 = 4, a_7 = 52, S_n = 400.$$

Zadatak 5 [10 bod.] *Ispitajte parnost, odnosno, neparnost funkcije $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zadane formulom*

$$f(x) = 5x^{15} + \sqrt[5]{x} + \sin x.$$

Zadatak 6 [30 bod.]

a) *Koristeći horizontalni test provjerite je li funkcija $f : [5, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ zadana formulom $f(x) = \sqrt{x-5}$ bijekcija. Obrazložite!*

b) *Odredite domenu funkcije $f(x) = \frac{\ln(x-2)}{\sqrt{-x^2+9}} + \sin x$.*

c) *Skicirajte graf funkcije $f(x) = |3 - e^x|$ i odredite njezine ekstreme te intervale monotonosti.*

Zadatak 7 [20 bod.] *Odredite limese nizova:*

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^4 - \sqrt{8n^7 - 2n^3 + 5}}{\sqrt{-10n^7 + 4n^4 - 6} + 2n^4}$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-5 \cdot 2^{n+1} + 6 \cdot 7^n}{12 \cdot 7^{n+1} - 4 \cdot 2^{n-1}}$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^8 + 4}{3n^8 + 6} \right)^{6n^8}$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{16n^2 - 5n - 5} - \sqrt{16n^2 + 8n - 10} \right).$

Zadatak 8 [20 bod.] *Odredite limese funkcija:*

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 5x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - 1}{\cos 6x}$

c) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x - 5}{x^2 - 2x - 15}$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\ln(10x + 1) - \ln(5x + 5)).$