

Pismeni ispit iz Numeričke matematike

Zadatak 1. [20 bodova]

- (a) Neka je $a = 3.756 \pm 0.005$ duljina brida baze i $b = 7.217 \pm 0.005$ duljina bočnog brida pravilne trostrane piramide. Odredite apsolutnu i relativnu pogrešku pri izračunavanju oplošja te piramide.
- (b) Za koliko znamenki rezultata možemo reći da je signifikantno?

Zadatak 2. [20 bodova] Linearnim interolacijskim splineom interpoliramo funkciju $f(x) = x^3 + 1$ na intervalu $[0, 2]$ koristeći ekvidistantno raspoređene čvorove.

- (a) Odredite linearni interpolacijski spline koristeći 3 ekvidistantno raspoređena čvora.
- (b) Koliko ekvidistantno raspoređenih čvorova treba uzeti da bi se dobila točnost veća od $\varepsilon = 0.005$?

Zadatak 3. [20 bodova]

- (a) Jesu li funkcije $\varphi_1(x) = 1$, $\varphi_2(x) = x$ i $\varphi_3(x) = |x| - \frac{1}{2}$ međusobno ortogonalne na intervalu $[-1, 1]$?
- (b) Pronađite najbolju L_2 aproksimaciju funkcije $f(x) = (x-1)^3$ na intervalu $[-1, 1]$ na potprostoru određenom baznim funkcijama $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$ i $\varphi_3(x)$.

Zadatak 4. [20 bodova]

Primjenom Newtonove metode treba odrediti nultočku funkcije $f : [1, 3] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^3}{4} + \frac{x}{4} - \sin x$. Proverite ispunjava li funkcija uvjete konvergencije metode. Ako zadovoljava, odredite početnu točku i nađite aproksimaciju uz točnost 0.05.

Zadatak 5. [20 bodova]

- (a) Na koliko dijelova treba podijeliti interval $[1, 3]$, tako da primjenom generaliziranog Simpsonovog pravila dobijemo približnu vrijednost integrala $\int_1^3 (\frac{3x^2}{4} - \frac{x^2 \ln x}{2}) dx$ s točnošću $\epsilon = 0.005$?
- (b) Primjenom generaliziranog Simpsonovog pravila izračunajte približnu vrijednost integrala $\int_1^3 (\frac{3x^2}{4} - \frac{x^2 \ln x}{2}) dx$ s točnošću $\epsilon = 0.005$.