

## Pismeni ispit iz Numeričke matematike

### Zadatak 1. [20 bodova]

- (a) Treba načiniti plastičnu cijev duljine 200cm, vanjskog polumjera 20cm, tako da je debljina stijenke 5cm. Pod pretpostavkom da vrijedi princip jednakih efekata, kolike smije biti pogreške ulaznih veličina, ako je dozvoljena tolerancija količine plastike 1 litra (za  $\pi$  uzmite 3.14159 bez pogreške)?
- (b) Uz takvu toleranciju, za koliko znamenki volumena cijevi možemo reći da je signifikantno?

**Zadatak 2.** [20 bodova] Poznat je interpolacijski polinom  $P_2(x) = -x^2 + 5x - 2$ , koji prolazi točkama  $T_0 = (-1, -8)$ ,  $T_1 = (0, -2)$ ,  $T_2 = (2, 4)$ .

- (a) Koristeći to, odredite interpolacijski polinom  $P_3$  koji prolazi točkama  $T_0, T_1, T_2$  i  $T_3 = (1, 1)$  (računanje interpolacijskog polinoma ispočetka se neće bodovati!).
- (b) Uz primjenu Hornerove sheme odredite vrijednost interpolacijskog polinoma  $P_3$  u točki  $\hat{x} = 4$ .

### Zadatak 3. [20 bodova]

Odredite najbolju  $L_2$  aproksimaciju funkcije  $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = |2x|$  na potprostoru svih polinoma stupnja  $\leq 2$  (težinska funkcija neka bude  $\omega(x) \equiv |x|$ ).

### Zadatak 4. [20 bodova]

Primjenom Newtonove metode treba odrediti nultočku funkcije  $f : [2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x \sin x + \frac{7 \cos x}{3}$ . Provjerite ispunjava li funkcija na tom intervalu uvjete konvergencije Newtonove metode. Ako zadovoljava, odredite početnu točku i nađite aproksimaciju uz točnost 0.005.

### Zadatak 5. [20 bodova]

- (a) Na koliko dijelova treba podijeliti interval  $[2, 3]$ , tako da primjenom generaliziranog trapeznog pravila dobijemo približnu vrijednost integrala  $\int_2^3 (x^2 + 1) \ln x \, dx$  s točnošću  $\epsilon = 0.05$ ?
- (b) Primjenom generaliziranog trapeznog pravila izračunajte približnu vrijednost integrala  $\int_2^3 (x^2 + 1) \ln x \, dx$  s točnošću  $\epsilon = 0.05$ .