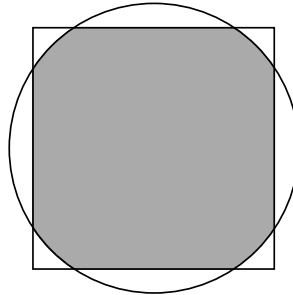


Pismeni ispit iz Numeričke matematike

Zadatak 1. [20 bodova]

- (a) Nacrtani su krug radijusa $r = 6 \pm 0.005$ i pravokutnik duljine stranica $a = 10 \pm 0.005$ sa zajedničkim središtem. Ocijenite pogrešku pri računanju površine P osjenčanog lika gdje se kružnica i pravokutnik presjecaju (za π uzmite 3.14159 bez pogreške).



- (b) Za koliko znamenki površine P presjeka možemo reći da je signifikantno?

Zadatak 2. [20 bodova] Poznat je interpolacijski polinom $P_2(x) = -\frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} + 5$, koji prolazi točkama $T_0 = (-1, 4)$, $T_1 = (1, 5)$, $T_2 = (4, -1)$.

- (a) Koristeći to, odredite interpolacijski polinom P_3 koji prolazi točkama T_0, T_1, T_2 i $T_3 = (3, 0)$ (računanje interpolacijskog polinoma ispočetka se neće bodovati!).
- (b) Uz primjenu Hornerove sheme odredite vrijednost interpolacijskog polinoma P_3 u točki $\hat{x} = 6$.

Zadatak 3. [20 bodova]

Odredite najbolju L_2 aproksimaciju funkcije $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^4$ na potprostoru svih polinoma stupnja ≤ 2 (težinska funkcija neka bude $\omega(x) \equiv |x|$).

Zadatak 4. [20 bodova]

Traži se najmanja udaljenost između točke $(4, 2)$ i funkcije $f(x) = e^{x-2}$. Postavite funkciju čiji minimum je rješenje tog problema, pronađite interval na kojem su ispunjeni uvjeti teorema za konvergenciju Newtonove metode minimizacije i provedite dva koraka Newtonove metode. Kolika je udaljenost točke $(4, 2)$ do krivulje za tu aproksimaciju?

Zadatak 5. [20 bodova]

- (a) Na koliko dijelova treba podijeliti interval $[2, 4]$ da bi se s točnošću na tri decimale odredila aproksimacija integrala $\int_2^4 \ln \frac{x^2 + 4x + 4}{x + 5} dx$ uz primjenu generalizirane Simpsonove formule?
- (b) Generaliziranom Simpsonovom metodom izračunajte vrijednost integrala pod a) s točnošću na tri decimale.